2

APOLLONII PERGÆI

ELEMENTA CONICA

Noua breuiorique methodo demonſtata

ELEMENTA CONICA APOLLONII PÆRGEI

Et

ARCHIMEDIS OPERA

Noua & breuiori methodo demonſtrata

A IOANNE ALPHONSO BORELLIO.

ROMÆ;
Apud Maſcardum, MDCLXXIX.

Superiorum permiſſu.

EMINENTISSIMO
ET REVERENDISSIMO
S. R. E. Cardinali ampliſſimo

D. FOELICI
ROSPIGLIOSO.

IO. ALPHONSVS BORELLIVS F.

TANTA eſt (EMINENTISSIME PRINCEPS) ſimilitudo, & affinitas inter Mentem, & Viſum, vt Oculis non minus, quam Intellectu cæci, aut perſpicaces homines cenſeantur; & ſicuti infælices Cæci reputantur, quia luce diurna frui non poſſunt, ita infælices ſunt rudes homines, & ſtolidi, qui adinſtar Stolonum facultate ratio

cinandi carent. Inſuper nõ ſecus nil vident oculis capti, quam is, qui in antro obſcuro vitam tranſigeret, aut interdiu oculos ſemper occluſos retineret; immò tales ſpontè cæci infæliciores eſſe videntur ijs, quibus natura, aut morbus oculos abſtulit. Sic quoque minus infælices ſunt & minus deteſtabiles, qui carent lumine intellectus, quam qui vi ratiocinandi non vtuntur, quia nempè cum Dei beneficentia homines ſint, ſpontè veluti à Circe in bruta animalia, aut plantas tranſformantur, Iis verò peiores reputo eos, qui vi præclara rationis abutũtur, perpetuò occupati in vanis, fictitijs, fabuloſis, aut ſophiſticis ſpeculationibus, paſcendo nempe præclaram huma-

humani intellectus faculta-
rem cibis ne dum inutili-
bus, ſed etiam noxijs.

E contra optima, & iu-
cundiſſima eſt hominis con-
naturalis, & propria opera-
tio, ſeu inſpectio & con-
templatio veritatum; quia
*quod cuiuſque proprium eſt
natura, idem & optimum eſt,
& iucundiſſimum. & philoſo-
phia mirabiles habere & pu-
ritate & nobilitate voluptates
videtur &c. ipſa enim contem-
platio per ſe ipſa eſt pretioſa*
vt ait Ariſt. * itaque cum
intellectus ſuo connaturali * Mor. l. 16.
cibo paſcitur contemplan-
do eximias, diuinaſque veri-
tates *tunc* (vt ait Seneca *) * natur.
conſummatum habet plenum- quaeſt.
*que bonum ſortis humanæ, cū
calcato omni malo petit altum
& in interiorem naturæ ſinum
venit &c. & cum illa* (Cæli

ß 3 nem-

nempe & naturæ arcana) *tetigit alitur, creſcit: ac velut vinculis liberatus in originem redit, & hoc habet argumentum diuinitatis ſuæ, quod illum diuina delectant; nec alienis intereſt, ſed vt ſuis.* Si igitur cognitio veritatum eſt homini connaturalis, & iucunda, erit profectò eò maior & præſtantior, quò cognitio perfectior, nempe certior eſt, *quia quouſque protenditur contemplatio eò vſque etiam fælicitas ſe extendit:* Cumque inter ſcientias lumine naturæ cognitas nuſquam puriores, nempè euidentiores abſque ambiguitatibus, & ſophiſmatibus reperire liceat, quam *in parte illa philoſophiæ, quæ Mathematicæ* appellantur, inter quas ſummopere præcellant acumine, & præſtantia

Ariſt. mor. 10.

Methaph. 6.

tia

tia virorum admirabilium Archimedis phœnicis ingeniorum, & Apollonij magni geometræ ſpeculationes, decreui tam nobile ſtudium pro viribus promouere; eò libentius, quòd videam à paucis eas attingi ob ſummam earum difficultatem; & tamen adeò neceſſariæ ſunt, vt quicumque Apollonij Conica, & Archimedis opera non legerit, & exactè non calluerit, inter mathematicos recenſeri non mereatur. Hanc ipſam difficultatem non deſunt, qui ſummopere commendent, cenſeantque ineuitabilem eſſe obſcuritatem, cum res ſublimes, & natura ſua abſtruſæ traduntur. Immo aiunt, res eximias obſcura methodo tradi debere, nè facilitas ipſa contemptum

pa-

pariat, & raritas & acqui-
rendi difficultas illis pretio
ſit. Ego è contra ſemper
odi talem ſeueritatem, ſeu
inuidentiam profectus alio-
rum; cum multoties proli-
xas propoſitiones, & obſcu-
ra methodo traditas ab an-
tiquis libétius proprio mar-
te demonſtrauerim, quàm
eas legere potuerim. Igitur
aliorum genium ex meo
diiudicans cenſeo, quod pro-
lixitas & obſcuritas potiùs
arceat, alienetque iuuenes
ab egregijs ſtudijs mathema-
ticis, proindeque facilitate
alliciendos eſſe.

Hiſce rationibus motus
decreui non textum Apol-
lonij, & Archimedis no-
uis commentarijs explanare
(quod alij egregiè fecère)
nec paraphraſim eorumdem
operum conſtruere, ſed res
ip-

ipſas, nempè propoſitiones admirabiles eorum noua, methodo breuiori, & clariori demonſtrare. Eaſque, Princeps Eminentiſs., tibi, & memoriæ numquam perituræ Excellentiſſimi D. Thomæ germani tui, olim mei auditoris, cuius Indolem beneficã, & morum ſuauitatem Roma fleuit, & adhuc miratur, dicare volui, vt extet hoc qualecumque mei amoris, & obſeruantiæ monumentum. Vale.

Imprimatur ſi videbitur Reuerendiſs. Patri Sac. Pal. Apoſt. Mag.

I. de Angelis Archiep. Vrbinat. Viceſg

Imprimatur,
Fr. Raymundus Capiſuccus Ord. Prædic. Sac. Pal. Apoſt. Magiſt.

PROOEMIVM
IOANNIS ALPHONSI BORELLI.

ANTIQVIS innotuiſſe conicarum ſectionũ ſpeculationes cõſtat ex Pappo, Gemino, & Eutocio. verum talis diſciplina ab initio rudis ſenſim incrementum ſuſcepit, indefeſſo ſtudio antiquorum, ſicut in cæteris artibus contigit. Horum primus cuius notitia ad nos peruenit fuit Ariſteus ſenior, qui floruit 350 annis ante Chriſti natiuitatem. Is vt ait Pappus lib. 7. Collectionum mathematicarum luculenter conicas ſpeculationes conſcripſit. Hunc ſequutus eſt, eodem ſeculo, Euclides quintus (ſed egregius elementorum geometriæ collector) hic vt idem Pappus teſtatur libris quatuor memoriæ prodidit ea quæ antiquitus inuenta fuerant de conicis ſectionibus. Archimedes quoque ſequenti ſeculo multis in locis ſectionum conicarum mentionem facere videtur veluti rei antiquæ: non quidem vt ait Eraclius Archimedem primum agreſſum fuiſſe conica theoremata. Sequutus tãdem eſt, annis ante Chriſtum 150, Apollonius Pergeus qui expreſſe ait ſe vberius & vniuerſalius quam alij hæc expoſuiſſe. Poſt Eutocium

diligentiſſimum Apollonij conmentatorem; qui floruit 400 Annis poſt Chriſti domini natiuitatem, nullum alium extitiſſe nouimus,qui conica tractauerit præter Arabes, qui anno Chriſti 900. paraphraſim ſeptem librorũ Apollonij confecerunt, quorum tres poſteriores additis notis vberioribus euulgaui. Poſt Arabes Fr. Maurolicus Meſſanenſis primo nitidiſſimè libros 4. conicorũ Apollonij expoſuit, quintum & ſextum libros proprio marte adinuentos adiunxit anno 1547. deinde lib. 2. de lineis horarijs anno 1553 breuiarium conicorum compoſuit, in quo egregias demonſtrationes excogitauit linearum tangentium ſectiones conicas & aſymptotarum,quas ob eorum ſummam preſtantiam duo viri præclari Midorgius anno 1639, & Gregorius à S. Vincentio anno 1647. amplexati ſunt, & ijs ſua opera exornarunt. Cæterum omnes retinent illam perplexam primariam conicarum ſectionum generationem quam Apollonius tradidit, ſecando nempe conum duplici plano,vno per axim ducto,altero ſecante conum per rectam lineam per-larem ad baſim tri-li per axim, & ſectionum diametros eſſe probant communes ſectiones tri-li per axim & plani ſectionis conicæ. Obſeruarunt poſtea quod aliæ rectæ eſſe poſſunt diame-

tri

tri earundem ſectionum, eaſque appellarunt diametros ſecundarias, quarum paſſiones progreſſu laborioſiſſimo non ex ipſo conoſecto, ſed in planis figuris inquirunt, & demonſtrant.

Hanc moleſtiſſimam prolixitatem egrè ferens tentare volui, an breuiori via & minus moleſta idipſum conſequi poſſem. Et diù meditanti, tandem in mentem venit modus breuior, & euidentior eliciendi geneſes ſectionum conicarum vniuerſaliſſimã, exhibens coniunctim primarias & ſecundarias diametros, earumque præcipuas proprietates in ipſomet cono ſecto; ſicuti Maurolicus in ipſo cono feliciſſimè proprietates tangentium & aſimptotarum linearum via directa & perſpicua adinuenit. Hæc & vniuerſam doctrinam Elementarem conicarum ſectionum paucíſſimis pro-bus complexus ſum, non enim excedunt 63. Nolui tamen addere ea quæ in notis librorum 5. 6. & 7. Apollonij antea ſcripſi, cum illa iam proſtent. Ne tamen putes erudite lector in hac breuitate me rigorem geometricum nempe demonſtratiuum neglexiſſe. Nefas enim eſt nitorem, & preſtantiam ſcientiarum mathematicarum deturpare, & obtenebrare, adducendo probabiles, & coniecturales rationes loco demonſtrationum.

Monendus es poſtremo loco citationes pro-tionum Euclidis in margine poſitas eſſe noſtri Euclidis reſtituti, quorum primus numerus latinis notis expreſſus indicat librum ; ſecundus vero arabicis ciphris notatus indicat pro-nem eiuſdem libri.

DEFFINITIONES.

I. *Tab. I. fig. I.* *SI* a puncto ſublimi D ad Circuli ſubiecti AB peripheriam, recta linea ADE indefinitè producatur vtrinque in F, L; & rotetur circà totam circumferentiam ABKA, manente puncto ſublimi D fixo. Vtramque ſuperficiem, curuam a recta linea ADE reuoluta deſcriptam, indefinite producibilem ab extenſione eiuſdem rectæ lineæ. Voco *Superficiem Conicam*. Et ambas appello ſuperficies *Conicas Inuerſas*.

II. *Fig. eadem* *CONVM* Voco ſolidum contentũ a Circulo ſubiecto ACB, & à ſuperficie conica vſque ad punctum fixum D.

III. *VERTICEM* Coni punctum fixum D.

IV. *AXEM* Voco rectam lineam CD verticem, & circuli Centrum C, coniungentem.

V. *BASIM* Coni Voco Circulum ſubiectum ABK:

VI. *RECTVM* Conum Voco eum, qui habet Axim DC, perpendiculariter ele-

eleuatum ſupra baſim AB.

SCALENVM Conum eum, cuius Axis DC inclinatus eſt ad Circulum AB. *VII.*

LATVS Coni dicitur recta linea AD ſuperficiem Conicam deſcribens, vbilibet poſita in periphæria baſis, A, vel B, vel K. *VIII.*

SECTIO Conica dicitur illa, quæ efficitur à plano, non per Verticem Conum ſecante. *IX.*

Tab. 1. fig. 2. SI recta linea AD ſecetur in tria ſegmenta, fueritque primum AB ad intermedium BC, vt tota AD ad poſtremum ſegmentum DC. Vocetur illa linea AD diſſecta in *Conterminali Analogia* in B, C. *X.*

ET quatuor rectæ lineæ EA, EB, EC, ED, à quolibet ſublimi puncto E ductæ, diuidentes aliam rectam lineam vt AD in Conterminali Analogia: Vocentur *Effectrices* Conterminalem Analogiam. *XI.*

PROPOSITIONES.

PROPOSITIO I. *Tab. 1. fig. 3, 4, 5, 6.* Si quatuor rectæ lineæ AB, AC, AD, AE ab eodem puncto A ductæ ſecuerint aliam rectam BE in conterminali ratione, ſcilicet ſit BC ad CD, vt BE ad ED, & alia FH par-la ſit cuilibet AE, vbicumque ducta fuerit. Dico quod tres

reliquæ intercipient duo ſegmenta FG, & GH interſe æqualia.

Et primo *in fig.* 4 tranſeat recta FH per C concurſum AC, & BE. Quia BE ad ED eſt vt BC ad CD, erit permutando EB ad BC, vt ED ad DC, & ob par-las AE & FH, triangula ABE, FCB, & ADE, H
a IV.4. DC ſunt ſimilia *a* ergo ita eſt AE ad FC, vt EB ad BC, ſiue vt ED ad DC: ſed eadem AE ad CH eſt vt
b III.4 ED ad DC. igitur *b* FC eſt æqualis CH.

Secundo FH non tranſeat per occurſum C; & per C *in fig.* 3. 5. & 6 extendatur recta OCK par-la FH, ſeu AE. Ergo (ex prima parte) OK ſecatur bifariam in C: eſtque FH
c ex eis. par-la OK *c* igitur ſicuti in OK efficiuntur duo ſegmenta æqualia à tribus rectis AB, AC, AD diſcedentibus à puncto A, ſic quoque FH, ab eiſdem ſecatur bifariam in G. quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO II. Hijſdem poſitis *tab.* 1. *fig.* 7. HF ſecta ſit bifariam in puncto C. Dico fore FH parallelam reliquæ AE.

a huius 1. Sin minus; ducatur recta linea OCN parallela AE. Ergo *a* OC, æqualis eſt CN & erat FC æqualis CH, circa angulos ad verticem C æquales. Ergo Triangula OCF, NCH ſunt inter ſe ſimilia. Ergo Angu-

gulus COF eſt æqualis Angulo C NH; & ſunt Alterni. Ergo *b* lineæ rectæ BA, HA ſunt inter ſe parallelæ; & conueniunt in puncto A. Quod eſt abſurdum. Ergo non alia quam FH ſecatur in C bifariam. *b I. 16.*

PROPOSITIO III. *tab. 1. fig. 8*
Si recta FH ſecetur in duas partes æquales à tribus rectis ab eodē puncto diſcedentibus & parallela ſit quartæ AE. Dico quod quælibet recta BE occurens illis quatuor, ab eis ſecatur in conterminali ratione.

Per punctum G in recta AC ſumptum ducatur recta O G K parallela ipſi FH, ſeu AE: *a* erit quoque OK ſecta bifariam in G, ſicut ei parallela FH ab eiſdem tribus rectis AB, GA, AD, ſecta in duas partes æquales erat. Et quia propter parallelas OK, AE, & ſimilitudinem triangulorum *b* recta EB ad BG, eſt vt AE, ad OG: & ED ad DG eſt vt eadem AE ad KG, ſeu ad ei æqualem GO. Ergo EB ad BG eſt vt ED ad DG. quod &c. *a ex IV 4.* *b ex eadem*

PROPOSITIO IV. *Tab. 1. Fig. 9.* Si Vna recta linea FH ſit parallela vni AE ex quatuor diſcedentibus ab eodem puncto A, & in ea efficiantur duo æqualia ſegmenta FC CH à tribus reliquis. Dico quamlibet

libet rectam lineam GM. in duas æquales partes ſectam à tribus ex eis eſſe parallelam quartæ: & ſi GM parallela ſit vni AB, ſecabitur à tribus reliquis in duas partes æquales.

Quia ex eo quod recta FH parallela vni AE ſecatur in duas partes æquales a tribus reliquis. Sequitur *a* quod ſecantes efficiunt Conterminalem proportionem. Ergo qualibet GM parallela vni AB ſecabitur bifariam in Y: Et ſi *b* bifariam ſecatur erit parallela AB. quod &c.

a huius 3. ex

b huius ex 2.

eſt pars 38. lib. 3. Apo.

PROPOS. V. *Tab.*1 *Fig.*10, 11, 12. Si in Circulo à quolibet puncto A ducatur tangens AC; & AE ſit perpendicularis ad diametrum FD, occurrentem tangenti in C. Dico quãlibet rectam ex puncto C ductam à circulo ſecari conterminali proportione in punctis C, D, E, F.

Sit primo CDF diameter, & coniungantur rectæ lineæ AD, AF: Et ODP parallela ſit ipſi AF. Quia AB eſt perpendicularis ad Diametrũ DF. Ergo *a* Arcus AD eſt æqualis arcui BD, quibus inſiſtent anguli æquales; & ideo angulus DAB eſt æqualis Angulo DFA: Eſtque *b* Angulus CAD à tangente, & ſecante factus, æqualis Angulo AFD in alterno ſegmento. Ergo Angulus EAD eſt æqualis Angulo DAC; ſuntque Anguli ODA, PDA recti,

a 11. 19 ●7.

b 11. 24

cum

cum ſint æquales *c* alterno DAF in *d* ſemicirculo. Ergo latera OD, DP ſunt æqualia; Et eſt OP parallela AF, & ſecatur in duas partes æquales à tribus reliquis, ex puncto Aductis. *e* Ergo diameter CF ducta per punctum D ſecatur a quatuor lineis in Conterminali proportione in punctis C, D, E, F. c *I.* 16. d *II.*20 e *huius* 3.

Secundo *Tab. I. Fig.* 11. *et.* 12. Si CE non ſit diameter; dummodo per C occurſum diametri & tangentis, aut diametri & applicatæ AB vſque ad HE perp-rem ad diametrum tranſeat. Dico DF ſecari in C, E prop-ne conterminali.

Ducantur rectæ lineæ DG, DHK, DI, HF, FK, & FN parallela DG. Quia *f* CI per centrum tranſiens in Circulo ſecatur à tangente & perpendiculari AB in Conterminali proportione in punctis C, G, H, I. Idemque preſtant quatuor rectæ a puncto D cadentes, quæ ſunt DC, DG, DH, DI. Ergo *g* FN, quæ ducta eſt parallela Vni DG, ſecatur in duas partes æquales à tribus reliquis: Et in M Anguli ſunt recti, cum *h* ſint æquales Alterno GDI, qui in *i* ſemicirculo eſt rectus. Ergo in triangulis FDM, & NDM Anguli FDI, IDK ſunt æquales. Et ideo *l* Arcus FK ſecatur in I bifariam. Ergo ſubtenſa FK ſecatur à diametro GI bifariam, & perpen- f *ex parte* I. g *hui.* 1. h *I.* 16. i *II.*20. l *II.*26. 29.

diculariter in O. Ergo FK eſt parallela AB perpendiculari quoque ad GI. Cumque CFE ſecetur a quatuor rectis lineis ex puncto H deſcendentibus, & FK, quæ eſt parallela vni HE ſecatur in duas partes æquales à tribus reliquis. Ergo *m* ſecatur Conterminali ratione in punctis C, D, E, F. quod &c.

m hui. 3.

eſt Pars 37. lib. 3. Apo.

PROPOSITIO VI. *Tab. I. Fig. 13.* Si vna recta linea CF ducta ab eodem puncto C extra Circulum ſumpto, ſecta ſit a linea AB perpendiculari ad Diametrum in Conterminali ratione. Dico quod quelibet alia recta linea CI ducta ab eodem puncto C ſecans circulum, pariter ſecatur in conterminali proportione. Et ſi duæ rectæ lineæ AC, BC tangentes circulum ducantur ab eodem puncto C. Dico quod linea AB iungens contactus ſecat in Conterminali ratione omnes lineas ab eodem puncto C intra Circulum ductas. & recta AE coniungens contactum vnius tangentis A & punctum E rectæ diuiſæ in Conterminali ratione. Dico quod per reliquum contactum B tranſibit.

Primum probatur. Quia ex eo quod CF ſecatur conterminali ratione: (facta eadem conſtructione præcedentis propoſitionis) oſtendetur quod Diameter CI etiam in contermi-

minali ratione ſecatur a recta linea BA. Et hinc conſtat *a* quamlibet aliam ductam ab eodem puncto C, ſecari a perpendiculari in Conterminali ratione. *a huius.5.*

Secundum probatur quia coniunctis radijs OA, OB & OC in tri-lis OAC, OBC radij Circuli OA, OB ſunt æquales, & CO eſt latus commune, cui opponuntur anguli *b* recti ad contactus A, B: ergo rectæ CA, CB ſunt æquales, & anguli ACO, BCO æquales quoque ſunt. quare in tri-lis ACH, BCH latus CH cum ſit commune, & latera AC, BC ęqualia circa angulos ęquales, erunt AH, BH æquales, & anguli ad H recti; ergo *c* CI ſecatur conterminali ratione. Et ſic alia quælibet. *b 11.21* *c huius.5.*

Tertium probatur. Si recta linea, quæ à contactu vnius tangentis A ducitur ad punctum E ſecans quamlibet CF in conterminali proportione non tranſit per reliquum contactum B alterius tangentis Sit CX tangens & iungatur AX, ſecans in puncto S, lineam CF. Ergo *d* in S, conterminali ratione ſecatur. Quod eſt falſum. &c. quod &c. *d huius pars 2.*

PROPOSITIO VII. *Tab. I. Fig.* 14. 15. Si a Termino communi A vel I diametri HK Circuli in conterminali ratione diuiſę, ducatur quęlibet recta linea AFD ſecans Circulum

culum. Dico quod concurſus N perpendicularis EI ad diametrum KH à Termino communi eductæ; & GO perpendicularis ex centro ad DF, erit idem ac concurſus tangentium à punctis D, F, eductarum.

Iungantur radij FG, CG, DG: & rectæ lineæ FN DN. Quia An-
a *II* 20 guli AIN, & AON recti ſunt equales. Ergo *a* per quatuor puncta A, I, O, N Circuli peripheria tranſit;
b *IV.* 22. quam ſecant duæ rectæ lineæ GIA, GON concurrentes in G. Ergo *b* rectangulum AGI eſt ęquale rectangulo NGO. Et quia Triangula ACG, CGI ſunt rectangula, & habent angulum communem IGC.
c *IV.* 9. Ergo *c* AG, GC, GI ſunt continuę proportionales.
d *IV.* 14 *cor.* 2. Ergo *d* rectangulum AGI eſt æquale Quadrato GC.
e *eadē* & *e* rectangulum NGO eſt æquale quadrato FG. Ergo lineæ NG, FG, GO ſunt continuè proportionales circà angulum communem NGF. Ergo *f* Triangula NGF, FGO
f *IV.* 9 ſunt ſimilia; & ideo Angulus GFN eſt æqualis angulo recto GOF.
g *II.* 21 Quare *g* linea NF circulum tangit in in F. Eadem ratione recta ND demonſtrabitur tangere circulum in D. Ergo in puncto N concurrunt, & linea EI eſt perpendicularis ad diametrum, & radius GO perpendicularis ad FD; & duæ tangentes ab

F.

F. D. eductæ. quod. &c.

PROPOSITIO VIII. *Tab. I. Fig.* 16. Si ab aliquo puncto B lateris AG trianguli AGH, Ducatur recta linea BD parallela lateri oppoſito AH & ſecet intra Triangulum quaſlibet rectas lineas EK, HG ſubtendentes verticis angulum A, quæ ſint parallelæ baſi HG. Dico quod rectangula ſub ſegmentis ſubtenſarũ ſunt vt abſciſſæ ex linea ſecante. Scilicet rectangulum HFG ad rectangulum EIK, eſt vt lineá FB ad BI.

Quia linea EIK parallela eſt lineę HFG; paríterque FI parallela eſt HE. Ergo in parallelogrammo EHFI *a* latera oppoſita EI, FH ſunt inter ſe æqualia: & ideo *b* rectangulum EIK ad rectangulum HFG æque altum habet eandem proportionem, quàm baſis IK ad FG. Eſtque *c* IB ad BF, vt IK ad FG (ob ſimilitudinem Triangulorum BIK, BFG). Ergo rectangulum EIK ad rectangulum HFG ſe habet vt abſciſſa IB ad abſciſſam BF. quod &c.

a I. 26.
b IV. 1.
c IV. 4.

PROPOSIT. IX. *Tab. I. Fig.* 17. 18. Si a puncto B lateris AL in Triangulo ALC ducatur recta linea BD ſubtendens angulum Verticis CAL: Vel eum qui deinceps eſt: *in* 18. *fig.*, & ſit parallela rectæ AM a-

Ver-

Vertice ad baſim CL intra vel extra triangulũ ductæ , atque intra Triangulum quodcunq; rectæ lineæ EK , HG ſubtendentes angulum Verticis ſint parallelę baſi CL. Dico rectangula ſub ſegmentis prioris in eam, vel extra factis ſe habere vt rectangula ſub ſegmentis ſubtenſarum. Scilicet rectangulum BID ad rectangulum BFD, ſe habere vt rectangulum EIK ad rectangulum H FG: & vnum rectangulum DFB ad rectangulum HFG , ſe habere vt quadratum AM ad rectangulum LMC.

a *IV*.13 Quia ratio *a* rectanguli DFB ad rectangulum HFG componitur ex proportione DF ad HF: & ex proportione FB ad FG. Eſtque *b* AM
b I*V*.4. ad MC vt DF ad FH , (ob ſimilitudinem Triangulorum, & ob equidiſtantiam rectarum HFG, & MCL atque rectarum BD , & MA.) Et ſimiliter AM ad ML ſe habet vt BF ad FG. Ergo ratio rectanguli DF B ad rectangulum HFG componitur ex ratione AM , ad MC , & ex ratione AM , ad ML. Verum ex
c *IV*.13 ijſdem rationibus *c* componitur proportio quadrati AM ad rectangulum LMC. Igitur compoſitæ rationes eædem inter ſe ſunt; ſcilicet ratio rectanguli DFB ad rectangulum H FG eſt eadem ac quadrati AM ad rectangulum LMC.

Eo-

Eodem ratiocinio rectangulum DIB ad rectangulum EIK erit, vt idem quadratum AM ad rectangulum LMC: Quare rectangulum DFB ad rectangulum HFG eandem rationem habebit, quam rectangulum DIB ad rectangulum EIK, & permutando rectangulum DFB ad rec-lum DIB eſt vt rec-lum HFG ad rec-lum EIK. quod &c.

PROPOSITIO X. *Tab.I.Fig.19*

Si Conus CAF ſecetur plano ABC per verticem eius C; ſectio in Cono facta Triangulum erit. Si verò ſecetur plano NGH parallelo circulo baſis: Sectio circulus erit. *Apoll. 3.4.lib. 1.*

Quia recta linea, quæ eſt latus Coni per C, & A extenſa iacet in vtraque ſuperficie, plani nempe CAB, & ſuperficiei Conicæ: Ergo recta linea CA quæ eſt latus coni coincidit cum earum communi ſectione. Ergo communis ſectio AC linea recta eſt: & ſic BC eſt linea recta; quare CAB triangulum erit.

Secundo per axim CD coni ducantur quælibet plana CAD, & CBD *a* quæ triangula efficient: & deſignabunt in planis ABF, & NGH parallelis inter ſe, *b* rectas GE; & BD communes ſectiones parallelas inter ſe. & NE, AD paralellas quoq; inter ſe. Ergo ob ſimilitudinẽ triangulorum *c* erit BD ad GE, nec non AD ad NE, vt DC, ad CE; & *a ex pa. 1.* *b VI. cor. 9* *c IV. 4*

ideo BD ad GE, erit vt AD ad NE: ſuntque radij BD, AD æquales. Ergo GE, NE etiam inter ſe erunt æquales. Et ſic reliquæ omnes rectæ lineæ a puncto E ductæ ad rotundam ſectionem erunt æquales. Ergo ſectio GNH circulus erit.

Apoll. 32. lib. 1. PROPOSITIO XI. *Tab. I. Fig.* 20. In cono ABC à quolibet puncto O ſectionis FOI factæ a plano non per verticem Coni A ducto. Dico duci poſſe rectam lineam curuæ ſectioni occurrentem, quæ in eodem plano ſectionis exiſtens extra ipſam cadat. Et in locum inter tangentem & ſectionem aliam rectam lineam duci non poſſe.

Per O, & verticem A ducatur latus Coni AO ſecans circulum baſis
a 17.3. BCF in B; & per B *a* ducatur recta linea BG tangens circulum, & per lineas AB, BG ducatur planum ABG, quod ſecet planum ſectionis FOI poductum in linea recta OM. Dico lineam tangentem OM cadere extra curuam ſectionem; & inter eam & tangetem lineam ad contactum duci non poſſe aliam rectam. Quia ſuperficies Conica efficitur à tranſlatione rectæ lineæ per punctum fixum A & per totam periphæriam circuli BAF circumductæ. Ergo totidem latera coni duci poſſunt quot ſunt puncta aſſignabilia in eadem

dem circuli peripheria: horum verò vnum latus AB tantummodò conuenit cum recta linea GB circulum tangente in vnico puncto B, & *b* cadente extra circlum in eius plano. Ergo tota recta linea GB cadit extra conum: & planum GBA cadet extra ſuperficiẽ conicã, cum non conueniant niſi in recta linea AB, quæ latus coni eſt (propterea quod omnes infiniti circuli ducibiles in cono paralleli circulo BCD tangent planum ABG in aliquo puncto lineæ AB). Quare OM exiſtens in eodem plano tangente cadet extra conicam ſuperficiem; & ideò extra ſectionem OIF, in eadem ſuperficie conica exiſtentem. Secundò à contactu O inter OM & ſectionem FVO, & in eius plano ducatur vtcunque recta linea HO; & per lineas AB, HO ducatur planum, quod ſecabit circulum baſis in aliqua recta linea BN. Et quia planum ABN cadit inter planum ABG ad partes coni. Ergo BN cadit inter lineam BG tangentem circulum ad partes eiuſdem circuli. Igitur *c* BN circulum BDF ſecabit; ita vt aliqua eius portio, vt BZ intra circulum intercipiatur; & ducto latere coni ZA ſecabit rectam lineam OH inplano trianguli ABN exiſtentem alicubi, vt in V diſtincto à puncto O. Quare exiſtet quoque punctum V in

b *II.*21

c *II.*21.

V in ſuperficie conica, & puncta omnia rectæ lineæ VO inter V, & O exiſtentia, cadent intra triangulum ABZ; & ideò intra conum, & intra ſectionem OVF cadent. Ergo in loco inter tangentem MO & coni ſectionem OVF nulla recta linea ad contactum O duci poteſt. Quod &c.

DEFFINITIONES II.

XII. *Tab. II. Fig. 2.* Si planum conicæ ſectionis HFO æquidiſtans fuerit plano ABK conum in quolibet eus latere AB tangenti. Vocatur HFO *Parabola*.

XIII. *Tab. I. Fig. 30, 31.* Si vero æquidiſtans fuerit alicui plano AFR per verticem A extra conum cadenti; quod proindæ omnia coni latera ſecabit, & efficiat ſectionem rotundam GHIL. Vocetur *Ellipſis* ſi circulus non fuerit.

XIV. Atſi ſectio æquidiſtans fuerit plano quolibet ADE conum ſecanti per verticem A (*in Tab. I. Fig.* 26) tunc vtraque ſectio GHI. vel ML in vnoquoque conorum genita vocatur *Hyperbola*, & binæ ſimul vocentur *Sectiones Oppoſitæ*.

Nomina Parabolæ, Hyperbolæ & Ellipſis imponuntur ab Apollonio in fine cuiuſlibet pro-num 11, 12, 13, & 14. poſtquam exactiſſimè licet

pro-

prolixè declarauit proprietates harum figurarum. Verum non nulli dum breues eſſe laborant obſcuri & deficientes fiunt, vt videre eſt in definitione. Parabolæ à Pappo relata dicebant enim Parabolam eſſe quãlibet ſectionem para-lam lateri coni, quod eſt falſum. duci enim poſſunt infinita plana conum ſecantia ad inuicem inclinata quæ par-la ſint eidem lateri coni, quorum vnum ſolummodo parabolam conſtituit, nẽpe illud quod æquidiſtat plano conum tangenti in illo latere. reliqua vero plana hyperbolas ſemper efficiunt licet par-la ſint eidem lateri coni.

Similiter laudare non poſſum definitiones eorum, qui aiunt Parabolam eſſe quamcumq; coni ſectionem cuius diameter æquidiſtat lateri tri-li per axim coni ducti. Et Hyperbolam vocant quamcumque coni ſectionem cuius diameter, alij aiunt cuius planum, alterutri crurum tri-li per axim coni vltra verticem occurrit. Et Ellipſim vocant quamcumque coni ſectionem cuius diameter duobus cruribus tri-li per axim coni infra uerticem occurrit. Tales definitiones admitti non poſſunt quia infiniti tri-li per axim coni duci poſſunt quorum crura par-la non ſint diametro eiuſdem parabolæ, quæ tantummodo cruri vnius tri-li per axim

æqui-

æquidiſtare poteſt, nempe illius cuius baſis per-laris ſit ad baſim ſectionis conicæ; cumque talis conditio non apponatur falſa erit aſſertio: idipſum de hyperbola & ellipſi dici poteſt.

Præterea tab. 1. fig. 27, 29, & 31. infinitæ Hyperbolæ & Ellipſes in eodem cono duci poſſunt quarum diameter HL nulli crurum tri-li per axim coni occurrit, ſed potius cruribus AQ, AS tri-li AQS non per axim coni trāſeuntis. Tales ambiguitates & falſitates prorſus euitantur in noſtris vniuerſalibus definitionibus.

PROPOSITIO XII. *Tab: I. Fig.* 21. 22. 23. Si in ſectione conica rotunda ABC recta linea AC ſecuerit omnes applicatas BD inter ſe parallelas bifariam, & perpendiculariter: fueritque quadratum cuiuſlibet ſemiapplicatæ BF æquale rectangulo AFC ſub ſegmentis illius. Sectio circulus erit. Si vero nullum quadratū BF æquale fuerit rec-gulo AFC, ſectiò circulus non erit. Vocetur *Ellipſis*.

Diametro AC deſcribatur circulus AGCH, patet diametrum AC
a II. 2. *a* ſecare bifariam GH ei perpendicularem in F, & ideò in ſemicirculo
b IV. 9 Co. 2. 14 *b* quadratum GF erit æquale rectangulo AFC, cui æquale eſt ex hypotheſi quadratum BF. Ergo quadratum

tum GF æquale eſt quadrato BF. & ideo recta linea GF eſt Equalis BF. & puncta GB coincidunt; & ſic reliqua omnia puncta. Igitur circuli peripheria per punctum B tranſit: & ideò ſectio rotunda ABCD circulus erit.

Secundo qua-tum GF æquale *c* eſt rectangulo AFC. Erat autem quadratum BF in aquale rectangulo AFC. Ergo quadratum BF quadrato GF non eſt æquale & latera BF, GF erunt inæqualia; & ideò figura rotunda ABCD non erit circulus. & proinde Ellipſis erit. c *eadē*

PROPOSITIO XIII. *Tab. I. Fig.* 24. Iiſdem poſitis, at BD quæ bifariam ſecta fuerat in F non ſit perpendicularis ad AC; & quadratum BF ſit æquale rectangulo AFC: Dico conicam ſectionem circulum non eſſe, ſed Ellipſim.

Si hoc verum non eſt ſit ABCD circulus. Et à puncto F, quod non ſit centrum ducatur NO diameter eius, quæ cadet ad partes anguli obtuſi AFD *a* eo quod BD bifariam à diametro NO ſecta fuerat, & ideo ad angulos rectos ab eadem diametro NO ſecabitur. Ducatur poſtea GH perp-ris ad diametrum NO *b* ſecabitur GH bifariam à diametro in S, & ideo inæqualiter in R. Quare AC non ſecat bifariam omnes paralle. a *II. 2.* b *eadē*

ralle.

rallelas ipſi BD contra hypotheſim. Non ergo ABCD circulus erit, ſed Ellipſis.

PROLORTIO XIV. *Tab. I. Fig.* 25. In cono ſcaleno ABC duci poteſt ſectio rotunda inclinata ad circulum baſis DCF, quæ circulus ſit, Vocetur autem talis circulus *Sectio ſubcontraria*.

a VI. 6. A vertice A cadat *a* AE perpendicularis ad planum circuli baſis DCF incidens vltra centrum O in plano baſis, vt in E & per EO ducatur recta linea EBC, quæ diameter circuli erit; Iungantur latera coni ABG, AC; atque in triangulo ſcaleno fiat angulus AHG æqualis angulo ABC & per HG ducatur planum perpendiculare ad planum trianguli ABC, ſecans circulum BDC in recta linea DIF, quod planum efficiat in cono ſectionem rotundam DHFG. Dico hanc eſſe circulum;

Quia planum A B C ducitur per A E perpendicularem adſubiectum planum circuli B D C. Ergo *b* *b VI. 4.* planum circuli B D C perpendiculare eſt ad planum trianguli A B C; ſed eidem plano perpendiculare ductum fuit planum GDH. *c ex VI 8.* Ergo *c* communis eorum ſectio DI *d II. 2.* F perpendicularis eſt ad planum ABC & ideò *d* DF perpendicularis

ad

ad lineas BC, HG (exiſtentes in eodem plano) bifariam ſecatur à diametro BC circuli baſis coni; quare GH ſecat quoque bifariam & perpendiculariter rectam lineam FD in I. Poſtea quia anguli ad B, H ſunt æquales, & etiam illi qui ad verticem I inter ſe ſunt æquales. Ergo *e* per quatuor puncta B,H,C, G circuli peripheria tranſit, & ideò *f* rectangulum BIC eſt æquale rectangulo GIH. Eſtque *g* in circulo BDCF quadratum DI æquale rectangulo BIC. Ergo *h* quadratum DI æquale eſt rectangulo GIH. Eodem modo ducto circulo b f c d parallelo baſi B D C per quodlibet aliud punctum i rectæ lineæ GH efficietur alia recta linea f d parallela DF bifariam, & perpendiculariter ſecta ab ipſà GH, & quadratum medietatis illius d i æquale erit rectangulo ſub ſegmentis huius GiH. Quapropter *i* ſectio rotunda GDHF circulus erit. Quod, &c.

e *II.14*
f *IV.22*
g *eudẽ*
h *I. cor 2. 14.*
i *huius 12.*

PROPOSITIO XV. *Tab.I. Fig.* 26.27.28.29. Inter ſectiones oppoſitas HGI & LM factas à plano æquidiſtante tri-li AED per verticem A coni ABC baſim ſecante in recta DE. Punctum reperire bifariam ſecans omnes rectas lineas ad ſectiones pertingentes per illud punctum tranſeuntes.

Apoll. 30. lib. I.

Vocetur tale punctum *Centrum Sectionis*. Et quælibet recta linea biſſecta vocetur *Diameter transuerſa*. Eiuſque termini vocentur *Vertices ſectionum*.

A punctis E, D *a* ducantur EO, & DO circulum tangentes: quæ parallelæ inter ſe erunt quando ED eſt diameter; & *b* conuenient in O quando ED non eſt diameter. Et à vertice coni A ducatur recta AP parallela tangentibus (in Figura 26. 27.) & per concurſum earum O (in 28. 29.) quæ ſecet planum hyperboles in P, & in tali plano producatur per P quælibet recta LPH dummodo ad ſectiones oppoſitas pertingat. Dico punctum P ſecare bifariam rectam LH. Per rectas AP, & LH extendatur planum, *c* quod efficiet in cono triangulum AQS (cum per verticem coni eum ſecet). Et quando AP parallela eſt tangentibus EO, DO; (in Fig. 26. 27.) quia QS eſt communis ſectio planorum APRQ, & circuli BEC per duas parallelas AP, & EO extenſorum. Ergo QS *d* vtrique earum parallela eſt. Atque circuli *e* diameter DE perpendicularis eſt ad tangentem EO; Igitur eadem circuli diameter DE perpendicularis erit ad ſubtenſam QS: & ideò *f* bifariam eam ſecat. Quare in QSR efficiuntur duo ſegmenta æquà-

a ex 11. 22.
b ex IV
c *hu.* 10
d *VI.* 8
e *II.* 21
f II. 2.

æqualia à tribus rectis lineis AQ, AR, AS, & QS parallela eſt quartæ AP. Ergo *g* quatuor illæ rectæ lineæ ab A diſcedentes ſunt conterminalem proportionem efficientes. Similiter (in fig. 28. 29.) quando *h* AOP à ducitur concurſu tangentiũ O, tunc recta OQRS ſecatur incõterminali ratione à rectà D E tactus coniungente & à Circulo. Ergo quatuor lineæ AO, AQ, AR, & AS, ad quatuor illa puncta pertingentes ſunt *i* efficientes conterminalem proportionem: & in vtroque caſu recta LH parallela eſt vni earum AR (*l* cum ſint communes ſectiones planorum æquidiſtantium factæ ab eodem plano AQS). Igitur *m* à tribus reliquis ſecatur LH in propor-ne æqualitatis in P. quod.

g *hui*. 3
h *hu*. 5 & 6.
i *eadem*
l VI. 8.
m. *hu* 1

PROPOSITIO XVI. *Tab. I. Fig.* 30. 31. Intra Ellipſim LGH punctum reperire bifariam ſecans omnes rectas in ea applicatas per illud punctum tranſeuntes. Vocetur tale punctum *Centrum* Ellipſis, recta linea biſecta *Diameter tranſuerſa*, eiuſque termini *Vertices* ellipſis.

In cono ABC ellipſis LGH æquidiſtet plano ARF per verticem A ſecante planum circuli extra eum in RF, & ab N centro circuli baſis ducatur NF per-dicularis ad FR & ab occurſu *a* ducantur circulum tangen-

a II 22.

tes RD, RE (in fig. 30. vel FD, FE in 31. fig.) Patet quod *b* recta linea DE coniungens contactus perpendicularis eſt ad ONC, per centrum circuli N ducta,& *c* ab ea ſecabitur bifariam in puncto O. Tandem coniuncta recta linea OA, hæc ſecabit planum Ellipſis in puncto P. Dico punctum P eſſe centrum Ellipſis. Per punctum P ducatur quælibet applicata LPH in eodem plano Ellipſis; & per LH, AO ducto plano, id *d* ſecabit conum in triangulo AQS, & eius baſim in QS, quę cum diametro BC coincidat (vt in 30. fig.) vel eum ſecet (vt in fig. 31) vel tranſit preciſè per DE. In primo & ſecundo caſu, quia recta linea SQ ducitur per punctum O biſſecans rectam DE tactus coniungentem, & per concurſum tangentium, aut per rectam RF parallelam ED: Ergo *e* ſecatur contermi-nali ratione in punctis R, Q, O, S, & ibidem à vertice A iunguntur quatuor rectæ lineæ, eſtque LH parallela vni ipſarum RA (eò quod ſunt *f* communes ſectiones planorum æquidiſtantium ARF, HGI factæ à plano ARS) : Ergo *g* LH ſecatur in prop-ne æqualitatis à tribus reliquis AQ, AO, AS. Denique planum extenſum per IPG,& APO tranſeat preciſè per lineam DE tactus coniungentem, & planum Ellipſis

b *hu*. 6.
c II. 1.
d *huius* 10.
e *hui*. 5
f VI. 8
g *hui*. 1.

lipſis ſecet planum circuli baſis in linea ZY. Patet *h* RF, & ZY parallelas eſſe (quia ſunt communes ſe-ctiones planorum æquidiſtantiũ, ſcilicet Ellipſis & ARF factæ a plano circuli baſis), eſtque recta linea DE parallela RF. Ergo ED, ZY parallelæ ſunt inter ſe, & per eas ducuntur plana DAE & Ellipſis; Ergo communis eorum *i* ſectio GPI eſt parallela ipſi DE; & AO ſecat baſim DE trianguli ADE bifariam in O: Ergo *l* pariter ſecabit ei parallelam GI bifariam in puncto P. Quod &c:

h VI.8.

i VI. 7

l IV. ex 4.

PROPOSITIO XVII. *Tab. I.*

In eiſdem ſex figuris, ducta qualibet diametro HL, & à verticibus eius H, & L Si ductæ fuerint duę rectę lineę HT, LK contingentes Hyperbolã, aut Ellipſim. Dico HT, LK eſſe inter ſe parallelas & è conuerſo.

Primo fig. 26. 28. & 30. linea QS baſis trianguli per verticem ducti diametrum ſectionis efficientis tranſeat per N centrum circuli baſis coni; & à diametri circuli terminis Q, S *a* ducantur rectæ lineæ QV, SX circulum tangentes, quæ perpendiculares erunt ad diametrum QS; pariterque DE bifariam ſecta a diametro QS perpendicularis quoque ad illam eſt: ex conſtructione precedentis. Ergo *b* QV, SX, DE parallelę ſunt

a II. 21

b I. 15.

 inter

inter ſe; eſtque GI parallela ipſi D E, vt oſtenſum fuit In præcedenti. Igitur *c* QV, & GI parallelæ ſunt inter ſe; atque SX, & GI parallelæ quoque ſunt. Cumque per parallelas QV, GI ducta plana, tangentis VQA & ſectionis GHI ſe mutuò ſecent in recta linea LK: Ergo *d* LK conum & ſectionem *e* tangens parallela eſt ipſi GI. Eadem ratione HT eſt communis ſectio plani tangentis XSA & ſectionis GHI, quæ per duas parallelas SX, & GI ducuntur: Ergo *f* tangens HT eſt parallela eidem GI: quare duæ tangentes verticales ſectionis HT, LK parallelæ ſunt inter ſe. Secundo ducta diametro GI Ellipſis (fig. 30.) parallela baſi trianguli ADE, nempè ipſi DE, quæ perpendicularis eſt ad diametrum baſis coni QS: & à punctis G, I ductis tangentibus G λ, I b. Dico eas æquidiſtare. Quia ex conſtructione in præcedenti expoſita HL parallela eſt ipſi A R; & ab eiſdem ducuntur duo plana AER *g* contingens conum, & Ellipſis IHGL: Ergo *h* communis ſectio G λ, nempè contingens Ellipſim in G parallela eſt vni AR. Pari ratione contingens I b parallela erit eidem AR; Igitur *i* G λ, I b parallelæ ſunt inter ſe. Tertio In figura 27. 29. & 31. QS baſis trianguli AQS, per verticem coni

c VI. 7

d VI. 8.

e *hu.* 11

f *eadem*

g *hu.* 11

h VI. 8.

i VI. 7.

ni ducti diametrum LH efficientis, non tranſeat per N centrum circuli baſis coni. Et à ſubtenſæ QS terminis Q, S, ducantur circulum *i* tangentes QV, SV, quæ in puncto V conuenient extra circulum; quæ in 27 figura conuenient *l* cum DE ſecante bifariam & perpendiculariter ex centro rectam QR. In 29. figura QV, SV conuenient in V cum linea DE tactus linearum DO, EO coniungente: & recta *m* linea SOQR diuiſa ſit inconterminali ratione. Et in figura 31 lineæ QV, SV *n* conuenient cum recta RFV parallela ipſi DOE, in V: & coniungatur recta linea AV. Et quia planum AFRV æquidiſtans eſt plano ſectionis conicæ GHI: & ambo ſecantur ab eodem plano conum tangente ASV. Ergo *o* occurſus AV æquidiſtans erit HT ſectionem tangenti. Eadē ratione illa duo plana ſecantur ab eodem plano conum tangente AQV: Ergo *p* efficit communes ſectiones AV, LK parallelas inter ſe. Quapropter HT, LK eidem AV ſunt parallelæ: Ergo *q* & inter ſe quod &c.

i II.21.
l *hu.* 7.
m *hu.* 6
n *hu.* 6
o VI.8.
p *eadē*
q VI.7.

Conuerſum huius propoſitionis ſic oſtendetur. Duæ tangentes HT, LK ſint parallelæ inter ſe. Dico rectam LH tactus coniungentem diametrum eſſe. *Ap.* II. 28.31.

Si hoc verum non eſt ex puncto L ducatur Diameter Lα; & αβ tan-

f *ex pr. par. hu.* gat ſectionem in *a*: Ergo $\gamma\ \alpha\ \beta$ erit parallela eidem LK & proinde ipſi HT parallela erit. Verum duo puncta H, & *a* exiſtunt in diſtinctis Coni lateribus: ergo duo plana conum tangentia per latera AH, & A*a* ducta ſe mutuò ſecant, ob ſuperficiei conicæ curuaturam: quare ab eodem plano ſectionis GHI rectæ lineæ HT, & $\alpha\ \beta$ in eis deſignatæ ſe mutuo ſecabunt; & oſtenſæ fuerunt inter ſe parallelæ: Quod eſt abſurdum. Igitur nulla alia preter LH ex puncto L educta diameter erit. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XVIII. *Tab. I. Fig.* 32.

Qualibet recta linea CF in circulo baſis coni ABE applicata non per centrum Circuli. Dico quod poteſt eſſe diameter ſectionis rotundæ, quæ bifariam ſecet omnes rectas intra rotundam ſectionem applicatas par-las tangentibus; & qua-ta ſemiapplicatarum ſint, vt rec-gula ſub ſegmentis ipſius CF. Vocentur illæ par-læ tangentibus verticalibus *Ordinatim applicatæ*.

a II.21 Ductis circulum BE tangentibus *a* CR, FR conuenient ad partes ſegmenti minoris in R, iungaturque RA; & in planis conum tangentibus ACR, AFR per puncta C, F, ductæ ſint CP, FQ parallelæ eidem AR,

b VI.7. quæ proinde *b* parallelæ inter ſe erunt

erunt; & ſe contingent coni ſuperficiem. Si modo per parallelas CP, FQ ducatur planum efficiens in cono Ellipſim aut circulum LCMF; & in ea applicentur quælibet rectæ LM, ON parallelæ tangentibus verticalibus CP, FQ. Dico primum omnes LM, ON ſecari bifariam à diametro CF. Ab R concurſu tangentium ducatur quęlibet recta RBE ſecans tactus coniungentem CF in H: & conpleatur tri-lum ARE, coniunganturque rectæ AB, AH. Ergo *d* RE ſecabitur incõterminali ratione à quatuor rectis AR, AB, AH, AE à vertice A eductis; eſtque LM parallela vni earum AR, (eò quod *e* LM eſt communis ſectio planorum per parallelas CP, RA extenſorum) ergo *f* LM ſecatur in duas partes æquales à tribus reliquis in H; & ideò à diametro CF. Simili modo oſtendetur quod ON ſecatur bifariam à diametro CF in I.

c *hu*.11

d *hui* 6

e VI.7

f *hui*.1.

Secundò Dico quod quadratum ſemiapplicatæ LH ad quadratum OI eſt vt rectangulum CHF ad rectangulum CIF. Quia in triangulo ABE à puncto L ducitur LHM ſubtendens angulum BAE, & eſt parallela ipſi AR, quæ ſecat baſim BE: Ergo *g* rectangulum LHM ſeu ei æquale quadratum LH ad rectangulum BHE ſeu ad ei æquale rectãgalum CHF in circulo, habet ean-

g *hui* 9

h IV.22

dem rationem, quam quadratum A R habet ad rectangulum ERB, ſeù ad *i* ei æquale quadratum tangentis
i eadem RC. Eadem ratione quia ON parallela eſt CP & AR; atque ſecta eſt in duo ſegmenta æqualia à lateribus ADN, AOG & AI: & coniuncta RDIG: Ergo vt prius erit rectangulum OIN, ſeu ei æquale quadratum OI, ad rectangulum DI G, ſeù ad ei æquale rectangulum CI F in circulo, vt idem quadratum AR ad rectangulum GRD, ſeù ad ei *l* æquale quadratum RC. Ergo
l VI. 22 quadratum LH ad rectangulum CH F, habet eandem rationem, quam quadratum OI ad rectangulum CI F; & permutando quadratum LH ad quadratum OI ſe habet, vt rectangulum CHF ad rectangulum CIF. Quod &c.

PROPOSITIO XIX. *Tab. I. Fig.* 33. Cuiuſlibet ſectionis Rotundæ DKEL in cono ATZ factæ alidæ diameter Coincidit aut æquidiſtat plano Circuli baſis BTCZ.

A vertice Coni A ducatur planum AVX æquidiſtans plano ſectionis Cirotundæ DKE ſecans planum Circuli baſis in VX, & per Centrum Circuli TZ ducatur Recta TV perpendicularis ad VX & *a* ducantur
a II. 22 VB, VC Circulum tangentes, Coniungaturque B C ſecans Circuli diametrum in N, ducaturque planum

num Trianguli BCA ſecans ſectionem rotundam in DE. Dico DE eſſe diametrum eius, & æquidiſtare ipſi BC in Circulo baſis exiſtente. Extendantur plana tangentia AVB, & AVC, quæ ſecabunt planum Ellipſis, aut circuli DKEL in DR, & ES, quæ *b* parallelæ erunt eidem AV, & interſe, cum ſint Communes ſectiones planorum æquidiſtantium AVX, & DKE. Igitur Recta *c* DE coniungens duas tangentes æquidiſtantes erit diameter. Tandem quia VX, & BC ſunt perpendiculares ad diametrum VZT erunt parallelæ, & ideo plana per eas extenſa efficient Communem ſectionem AY parallelam ipſi BC, & duo *d* plana XVA, & DKE parallela inter ſe ſecantur ab eodem plano CB AY. Ergo DE & AY parallelæ ſunt inter ſe, & ideò e ipſi BC. quod &c.

b VI.8.
c *hu.*17
d VI.8
e *eadem*

PROPOSITIO XX. *Tab. II. Fig.* 1. In eodem Cono ABC ſi ductæ fuerint duæ ſectiones Rotundæ parallelæ inter ſe, & vnius diameter FH æquidiſtet plano Circuli baſis DBE. Dico quod ambæ ſectiones habebunt diametros in eodem Triangulo peruerticem ducto, & quadrata ordinatim applicatarum MO, SV parallelarum tangentibus verticalibus erunt inter ſe vt Rectangula

ſub ſegmentis diametrorum.

Per diametrũ HF extendatur Triangulũ FAH ſecans alterã ſectionẽ in PQ, & per SV & A ducatur planum Trianguli ASV ſecans planum IFG in recta IG. Quia FH eſt dia-
a *hu.* 17 meter; ergo *a* tangentes FK, & HL ſunt parallelæ inter ſe: ſuntque
b VI.9 *b* PR, & FK parallelæ interſe quia ſunt ſectiones circulorum, vel Ellipſiũ æquidiſtantium factæ à plano tangente AFK, & pari ratione duæ tangentes HL & QZ ſunt interſe
c VI.7. paralellæ; ergo duæ rectæ *c* PR, & QZ ſunt parallelæ interſe, & ideo
d *hu.*17 *d* PQ eſt diameter; & quia ob æquidiſtantiam planorum circulorũ vel Ellipſium ſectiones factæ à Triangulo per verticem ſunt parallelæ
e VI.9. interſe; ergo SV *e* parallela eſt IG: & PQ parallela eſt FH: & proinde
IV.4. vt *f* ST ad IX, atque TV ad XG, nec non TP ad XF eandem proportionem habebunt quam TA ad AX; ſuntque IX & XG æquales; ergo pariter ST, & TV æquales ſunt; &
g *hu.*18 ideo *g* rectangulum STV, ſeu quadratum ST ad rectangulum PTQ eandem rationem habebit quam rectangulum IXG, ſeu quadratum IX
h *cad.* 7 ad rectangulũ FXH: *h* ſed quadratum MN ad rectangulum FNH eſt vt quadratum IX ad rectangulum FXH; ergo ex æqualitate ordinata quadratum ST ad rectangulum PTQ

ean-

dem proportionem habebit, quam quadratum MN ad rectangulum FNH.

PROPOSITIO XXI. *Tab. II. Fig.* 2. Si in Parabola HFO par-la plano ABK tangenti conum ABCT à quolibet eius puncto F vbicumque ſumpto ducatur FL par-la lateri contactus AB, & ſectioni applicentur rectæ DG, OH par-læ FE tangenti ſectionem in eius vertice F. Dico FLX diametrum eſſe bifariam ſecans omnes ordinatim ad eam applicatas GD, HO, nempe par-las tangenti FE, & qua-tum GL ſe habere ad qua-tum HX, vt abſciſſa FL ex diametro ad abſciſſam FX. *Apoll.* 20. & 46. *lib.* 1

Ducatur per duas parallelas AB, FL planum trianguli ſecans circulum baſis BCT in linea BI, quæ per punctum X in plano eiuſdem Paraboles HFO exiſtens tranſeat; & per lineas BI, HO planum ducatur efficiens ſectionem rotundam BHIO, quæ circulus erit ſi applicata HO iacet in plano circuli baſis coni CBT. & quia, ab illius plano ſecantur duo plana parallela, nempe ipſius parabolæ HFO in linea HO, & tangentis Conum ABK in linea BS: ergo a BS parallela eſt ipſi HO. Pręterea quia per duas parallelas FE, HO ducuntur duo plana, ſcilicet ſectionis rotundæ BHIO, a VI. 9.

 & tan-

& tangentis Conum AFE, ſe mutuo ſecantia in linea IZ: ergo *b* IZ parallela eſt eidem HO; & ideò *c* duæ tangentes BS, IZ ſunt parallelæ inter ſe. Quare *d* recta linea BI earum contactus iungens Diameter eſt ſectionis rotundæ HBIO, *e* quæ bifariam ſecabit applicatam HO, in X. Poſtea in plano trianguli ABI ducta per L linea MLN parallela BI; & per MN, DG ducto plano, *f* efficiet ſectionem rotundam MGND parallelam ipſi BHIO; eritque *g* MN Diameter illius bifariam ſecans DG in L parallelam tangentibus NP, & MQ. Et quia in cono ABCT ductæ ſunt duæ ſectiones rotundæ parallelę inter ſe BHIO, & MGND, quarum diametri BI, MN cadunt in eodem triangulo ABI per uerticem Coni ducto: ergo (ex precedenti) quadratum GL ordinatim applicatæ ad Diametrum MN ad quadratum HX ordinatim applicatæ ad diametrum BI, ſe habet *h* vt rectangulum MLN ad rectangulum BXI; eſtque rectangulum MLN ad rectangulum BXI, vt abſciſſa LF ad XF: ergo quadratum GL ad quadratum HX ſe habet vt linea LF ad lineam XF. Quod &c.

b VI.8. c *hu.* 17 d *eadē* e *hu.* 18 f VI.10 g *hu* 19 h *hui.* 8

Corollarium Ex conſtructione huius prop-nis deducitur quod in Parabo-

rabola qualibet recta linea paral-la diametro, erit quoque diameter eiuſdem.

Nam non ab vnico puncto F. ſed etiam à quolibet alio vt à D ſumpto in curua Parabola duci poteſt recta DV paral-la lateri contactus AB; & ideo para-la FL erit. verum eſt tamen quod tangens verticalis DR non eſt para-la tangenti FE, ob curvitatem paraboles; & ideò ordinatim applicatæ ad diametrum DV ſcilicet para-læ tangenti DR inclinatæ erunt ad HO ordinatim applicatam ad alteram diametrum FL.

PROPOSITIO XXII. *Tab. II. Fig.* 3.4. In Ellipſi, hyporbola, & & ſectionibus oppoſitis GFDR genitis in cono ABCT. Dico quod quælibet Diameter tranſuerſa RF bifariam diuidit omnes GD, OH applicatas in ſectionibus parallelas tangentibus verticalibus FE, RQ: & quadrata ordinatim applicatarum LG, HX ſe habent inter ſe, vt rectangula FLR, FXR ſub ſegmentis vel ſub productionibus diametri ab applicatis factis: *21. 47. lib. 1. Appol.*

Per verticem Coni A, & per FR diametrum tranſuerſam ſectionis ducatur planum efficiens in Cono triangulum ABI, quod ſecet circulum BCT in linea BI; quæ tranſeat per

per punctum X exiſtens in communi ſectione diametri RFX & HO. Poſtea per lineas BI, HO; ducatur planum efficiens in Cono ſectionem rotundam BHIO; quia ordinatim applicata HO parallela eſt tangentibus verticalibus FE, RQ; & per parallelas HO, FE ducuntur duo plana nempe ſectionis rotundæ BHI, & tangentis Conum AFE, quæ
a VI. 8 ſe mutuò ſecant in linea IZ: ergo *a* IZ contingens ſectionem BHI, parallela eſt ipſi HO. Similiter quia per duas parallelas RQ, HO ducuntur duo plana quæ ſe mutuò ſe-
b *cadē* cāt in recta linea BS: ergo *b* BS pa-
c VI. 7. rallela eſt eidem HO, & ideo *c* duæ tangentes ſectionem rotundam BS,
d *hu.* 18 IZ parallelæ ſunt inter ſe; Quare *d* recta linea BI tactus coniungens Diameter eſt rotundæ ſectionis BHIO & bifariam ſecabit ordinatam HO in X. Similiter per punctum L ducta recta linea MLN parallela BI: & per MN, DG parallelas ip-
e VI. 10 ſis BI, HO ducto plano, *e* efficiet rotundam ſectionem equidiſtantem
f *hu.* 20 rotundæ ſectioni BHIO, & illius *f* Diameter erit MN exiſtens in eodem Triangulo ABI per verticem. ergo quadratum GL ad quadratum
g *hui.* 9 HX, ſe habet vt rectangulum MLN ad rectangulum BXI; ſed *g* rectangulum MLN ſe habet ad rectangulum BXI, vt rectangulum

FLR

FLR ad rectangulum FXR : ergo quadratum GL ad quadratum HX, ſe habet vt rectangulum FLR ad rectangulum . FXR . Quod &c.

Corollarium Conſtat ex hiſce duabus propoſitiònibus quod quælibet *eſt prop* rectæ lineæ in ſectione conica ap- *46. 47. 48. lib.* plicatæ para-læ tangenti verticali à *I. Ap.* diametro ſecantur bifariam.

DEFINITIO XV. *Tab.* II. *Fig.* 5. In Parabola ſi fuerint rectæ lineæ BR, & ordinatim applicata DC, & abſciſſa BD continue proportionales. Vocetur recta linea RB *Latus Rectum* Parabolę. & qua-tum ex B R vocetur *figura* Paraboles.

DEF. XVI. *Tab. II. Fig.* 6. 7. In Ellipſi, & hyperbola ſi fuerit latus tranſuerſum BT ad BR, vt rectangulum TDB ſub ſegmentis vel productionibus Diametri ad quadratum DA ordinatim applicatæ. Vocetur recta linea BR, *Latus Rectum* ſectionis. Et rectangulum TBR à lateribus tranſuerſo & recto contentum Vocetur *figura* hyperboles aut ellipſis.

PROPOSITIO XXIII. *Tab. II. Fig.* 8. In Parabola ABC quadratum cuiuſlibet ordinatæ AD æquale eſt rectangulo ſub abſciſſa BD, & eius latere recto BR. Quia

a *hu.21* Quia quadratum *a* EG, ad quadratum AD ſe habet, vt linea GB, ad BD, & facta BR tertia proportionali duàrum BG, & GE: *b* erit BR latus rectum Parabolæ; & rectangulum GBR erit æquale quadrato EG: eſtque *c* BG ad BD, vt rectangulum GBR ad rectangulum DBR, ob æqualem altitudinem BR; ergo quadratum EG ad quadratum AD ſe habet, vt rectangulum GBR ad rectangulum DBR: & erat quadratum EG æquale rectangulo GBR. Ergo etiam quadratum AD eſt æquale rectangulo DBR. Quod &c.

b *Def.* 15.

c IV. 1.

PROPOSITIO XXIV. *Tab.* II. *Fig.* 9. 10. In Hyperbola, Ellipſi, & Circulo ABC: quadratum cuiuſlibet ordinatæ AD eſt æquale rectangulo BDH ſub abſciſſa BD ad latus rectum BR applicato quod tangat ſectionem in B, deficiente in ellipſi, & excedente in hyperbola rectangulo RIH, ſimile ei quod continetur à lateribus recto RB, & tranſuerſo BT.

Coniuncta recta linea TR ſecet DA parallelam ipſi BR in H: & quia *a* vt rectangulum TDB ad quadratum AD, ita ſe habet linea TB ad BR, ſeu TD ad DH: ſumpta DB communi altitudine idem *b* rectangulum TDB ad rectangulum

a *def.* 16

b IV. 1

HDB

HDB ſe habet vt linea TD ad DH, ſeu *c* vt TB ad BR ſeu vt rect-lum TDB ad quadratum DA: ergo *d* quadratum AD, æquale eſt rectangulo HDB, hoc vero rectangulum continetur ſub abſciſſa DB, & applicatur ad rectum latus BR cum exceſſu in hyperbola, & in ellipſi cum defectu rectanguli HIR, quod ſimile eſt ei, quod continetur à TBR, ſcilicet a lateribus Tranſuerſo, & Recto ſectionis. Quod &c.

c IV.4.
d III.4

PROPOSITIO XXV. *Tab. II. Fig.* 11. Datis duabus rectis lineis AB, & C, & angulo D: Deſcribere Parabolam, cuius Diameter ſit AB, vertex A, latus rectum C; & ordinatim ad AB applicatæ inclinentur in angulo D.

Apoll. 52. lib. p.

In plano, in quo BA iacet, fiat angulus ABE æqualis angulo D: & in aliquo plano per BE extenſo, quomodolibet inclinato ſuper planum ABE educatur ex puncto B linea KBN perpendicularis ad lineam EB: extendaturque recta NBK, vt fiat *a* rectangulum NBK æquale rectangulo ſub AB, & C contento: & in plano BEN, diametro NK deſcribatur circulus ſecans perpendicularem EB in punctis E, & F: & ex puncto K ducta KO parallela ipſi AB conueniens cum NA in O: & vertice O, baſi circulo NEKF deſcri-

a IV. ex 14. cor. 1.

cribatur Conus ſecans planum per AB, & EB in figura curua EAF. Hanc Dico eſſe Parabolam quæſitam. Ductis *b* Circulum & *c* co-
b II.21 c *hu*.11 num tangentibus KG, NH, & AL: quia NK eſt diameter Circuli: ergo tangentes KG, NH perpendiculares ſunt ad Diametrum KN: & ad eandem perpendicularis facta fuit EB: ergo tres KG, FE, NH parallelæ ſunt interſe, & communis ſectio planorum FAE, & tangentis conum ONH, ſcilicet AL tangens
d VI.8 Conum, & figuram EAF in A, *d* parallela erit eidem EF; & ſunt AB, OK parallelæ, nec non EB, GK
e VI.10 parallelæ: ergo planum EAF *e* æquidiſtans plano OKG conum tan-
f *def*.12 genti *f* efficit in ſuperficie conica
g *hu*.21 parabolam EAF, cuius *g* diameter eſt linea AB æquidiſtans lateri contactus coni OK, & Vertex eius eſt A: atque EF parallela tangenti verticali AL eſt, ordinatim applicata,
h II. 2. ſecaturque *h* bifariam in B (cum in circulo linea EF ſit perpendicularis ad diametrum KN), & angulus ABE factus fuit æqualis angulo D.
i IV.22 Tandem quia in ſemicirculo *i* quadratum BF eſt æquale rectangulo NBK: & rectangulum CAB factum fuit æquale rectangulo NBK: atque
l *hu* 23. in Parabola E A F *l* rectangulum ſub abſciſſa, & latere recto eius æquale eſt quadrato ordinatæ BF: Ergo

go rectangulum CAB æquale eſt rectangulo ſub abſciſſa A B, & latere recto Paraboles: eſtque AB altitudo communis rectangnlorum: ergo latus rectum Paraboles deſcriptæ æquale eſt lineæ datæ C. Quod &c.

PROPOSITIO XXVI. *Tab.II. Fig.* 12. 13. Datis duabus rectis lineis AB, & C, & angulo D: Deſcribere Hyperbolam, oppoſitas ſectiones, & Ellipſim, cuius Diameter tranſuerſa ſit AB, & linea C ſit latus rectum & ordinatim ad AB applicatæ inclinentur in angulo D.

Recta AB producta pro hyperbola, & intra pro ellipſi, ſecetur vtcunque in E: & in plano, in quo iacet AB fiat angulus AEF æqualis angulo D; Poſtea per FE ducto plano NFE quomodolibet inclinato ad planum AEF, ducatur in eo recta NEK perpendicularis ad FE: & inter AB, C ponatur quælibet recta linea H: dummodo pro ellipſi, linea H non ſit media proportionalis inter AB, C; & fiat *a* BE ad EK, vt AB ad H; & AE ad EN, vt H ad C. Patet quando E cadit extra BA lineam NA productam intra triangulum BKE, ſecare latus BK alicubi in O. At ſi E cadit inter A,B, quia H non eſt media proportionalis inter AB, & C non erit AE ad EN vt a IV.11

BE

b IV.4 BE ad EK; & ideo lineæ *b* AN, B
ex I.16 K non erunt inter ſe parallelæ, ſed
29. conuenient alicubi vt in O (eo quod tri-la ABN & BEK non ſunt æquiangula). Poſtea diametro NK deſcripto circulo NFKG in plano per FE, NK extenſo, & vertice O, baſi eodem circulo, deſcribatur Conus ONK; & in eo extenſo plano per lineas AE, FG. Dico FAGBX, ſectionem in cono factam eſſe figuram quæſitam. Ductis circulum *c* tangentibus NI, KM, & ſectionem
c II. 21 Conicam tangentibus AL, BP:
et *hui.* oſtendetur, vt in precedenti lineas
11. NI, KM, AL, BP parallelas eſſe eidem applicatæ FEG, quæ bifariam ſecatur in E, quia *d* perpendi-
d II.2. cularis eſt ad circuli Diametrum
e *hu.*12 NEK; & *e* recta FE ordinatim applicata erit ad diametrum ABE ſectionis AFBG, quæ in primo caſu erit hyperbola, in ſecundo ellipſis, cum Diameter ſubtendat angulum verticis extra Triangulum ONK in primo caſu; & intra in ſecundo. Tandem quia AB ad C compoſitam rationem habet ex proportione AB ad H, ſeu BE, ad EK; & ex ratione H ad C, ſeu AE ad EN. Ergo AB
f IV.13 ad C eſt *f* vt rectangulum BEA ad
g IV.22 rectangulum NEK, ſeu *g* ad quadratum FE, ob ſemicirculum; ſed
h *hu.*24 ob ſectionem *h* rectangulum BEA ad quadratum FE ordinatim applicatæ,

catæ, eſt vt latus tranſuerſum AB ad latus rectum: ergo linea C, eſt æqualis prædicto lateri recto: & Angulus AEF factus eſt æqualis angulo D. Quare &c.

PROPOSITIO XXVII. *Tab. II. Figura* 14. 15. Qualibet recta linea AH parallela diametro tranſuerſa EB in ellipſi, & ſectionibus oppoſitis, ducta: vtrinque ſectioni occurrit: & bifariam ſecatur à recta linea ZX per centrum G ordinatim applicata ad diametrum.

A puncto A ducatur ordinata AO, ponaturque abſciſſa EP æqualis BO, & ducatur ex P ordinata DP; coniungaturque recta linea à D ad A. Dico AH coincidere cum AD, & ſecari bifariam in H ab ordinata ZX per centrum G ducta. Quia BO, EP ſunt æquales, ſubtractæ, vel additæ communi EB, erit EO æqualis BP: & ideò *a* rectangulum EOB ad quadratum OA, vel rectangulum BPE ad quadratum PD erit vt latus tranſuerſum EB ad rectum BR: Ergo ſicut rectangula antecedentia ſic conſequentia quadrata AO, & PD æqualia ſunt inter ſe; & ideo rectæ lineæ AO, PD ſunt æquales, & ſunt parallelæ inter ſe: ergo *b* coniungentes OP, AD ſunt parallelæ inter ſe; & erat AH

a *hu.* 24

b I. 27.

ex

ex A ducta parallela eidem BE : ergo AH coincidit cum AD ; & ideo occurrit ſectioni oppoſitæ in D. Poſtea quia in rectangulo AOPD ducitur ord nata ZX parallela ordinatis OA, DP . ergo ſicut OP bifariam in G diuiditur , ſic AD ſecabitur bifariam in H . Quod &c.

DEFINITIO XVII. *Tab. II. Figura eiſdem* . in Ellipſi, & Oppoſitis ſectionibus recta linea ZX per centrum G ordinatim applicata, biſſecta, & media proportionalis exiſtens inter figuræ latera EB, & BR. Vocetur . *Secunda* Diameter priori *Coniugata* .

PROPOSITIO XXVIII. *Tab. II. Fig.* 16. Datis duabus rectis lineis AB, CD in quolibet angulo AEC ſe mutuò bifariam in E ſecantibus: Deſcribi poſſunt quatuor hyperbolæ contrapoſitæ, quarum diametri Tranſuerſæ Coniugatæ ſint duæ rectæ lineæ datæ, & latus Tranuerſum quarumlibet binarum oppoſitarum ſectionum ſit medium proportionale inter letera reliquarum.

Fiat CD ad BF, vt AB, CD; pariterque fiat AB ad DG , vt CD ad AB:

a hu.26 Poſtea fiant *a* ſectiones oppoſitæ KBL, & HAM, quarum tranſuerſum latus ſit AB ; & rectum ſit BF ; &

angu-

anguli inclinationum applicatarum ad diametrum ſint æquales angulo A E D, ſilicet ordinatæ, parallelæ ſint ipſi CD. Pariterque fiant b ſectiones oppoſitæ OCP, & RDS, quarum tranſuerſum latus ſit CD, & rectum DG, & anguli inclinationum applicatarum ſint æquales angulo DEB, ſcilicet ordinatæ parallelæ ſint ipſi AB. Factum erit Problema, vt patet. Quod &c. b *eadē*

DEFINITIO XVIII. Vocentur quatuor ſectiones KBL, HAM, OCP, & RDS iam dicto modo deſcriptæ *Coniugata*.

PROPOSITIO XXIX *Tab. II. Fig.* 17. 18. 19. 20. 21. 22. Data qualibet ſectione conica CAD, cuius ordinatim applicata CBD iaceat non quidem in circulo FPG baſis Coni EFPG, ſed in plano ellipſis FCGD ſecante circulum FPG in recta FG. Dico deſcribi poſſe infinitos alios diuerſos Conos, comprehendentes eandem ſectionem CAD, ita vt ordinata CBD in circulo baſis Coni iaceat, & perpendicularis ſit ad eiuſdē Circuli diametrū.

Fiat recta linea a b æqualis diametro tranſuerſæ AB ſectionis CA D: & facto angulo d b a æquali angulo DBA, ſecetur c b æqualis CB, & b d ęqualis BD: ſitq; a r ęqualis

lis lateri recto AR; & in hyperbola; & ellipſi ſit h a, productio diametri b a æqualis lateri tranſuerſo HA eiuſdẽ ſectionis. Poſtea in quolibet plano per c d extenſo ducatur recta linea KI perpendicularis ad c
a IV.10 d. Et I b ad b c, *a* ſit vt b c ad b k; & coniuncta recta linea I a occurrat lineæ KL, in Parabola parallela ipſi b a: & in reliquis ſectionibus lineæ h K in puncto L: & in plano IK, c d extenſo fiat circulus I c K d diametro IK, qui tranſibit per punctum c: eo quod *b* c b
b IV. ex 22 per-laris eſt ad diametrum IK, & media proportionalis eſt inter ſegmenta eius I b, b K. Poſtea deſcripto Cono, vertice L, baſis circulo I c K d, & ſecto Cono plano per a b, d c extenſo efficiat ſectionem conicam c a d. Dico eam æqualem eſſe ſectioni CAD; & ſi apte vna alteri ſuperponatur, ſibi mutuò congruent, vt ſcilicet a, ſuper A cadat, & b ſuper B, ob æqualitatem abſciſſarum ex diametris a b, A B: & punctum c ſuper C, ob æqualitatem ordinatarum cb, & CB: & inclinationes earumdẽ in angulis ęqualibus abc & ABC. Poſtea fiant abſciſſæ AN, & a n æquales & ducantur ordinatim applicatæ n o, NM, nempe parallelæ ipſis cb, & CB. Et quia
c 11. 21 in *c* Parabolis b a, ad a n, vel BA ad AN eſt, vt q ua-tum c b ad qua-tum

no

no, vel vt qua-tum CB ad qua-tum NM. Et in reliquis ſectionibus *d* re'tangulum hba ad rectangulum hna, vel HBA ad HNA eſt, vt quadratum cb ad quadratum no; vel vt quadratum CB ad qua-tum NM: ergo recta linea NM æqualis eſt no: & ſunt parallelæ, & conueniunt in n, N in angulis æqualibus ad diametros. Igitur puncta o, & M conueniunt: & ſic reliqua omnia puncta. Quare patet propoſitum. d *hu*.22

PROPOSITIO XXX. *Tab. II. Fig.* 23. 24. Si à duobus punctis G, I ellipſis cuiuſlibet FGHI in cono ABD genitæ duæ tangentes lineæ GK, IK conueniant, & a concurſu K ducatur quælibet recta linea KFH ſecans ſectionem, & rectam lineam GI tactus coniungentem. Dico lineam KFOH ſecari in conterminali ratione.

A vertice Coni A per duo puncta G, I ducantur duo latera coni AGE, AIC, quæ occurrant circulo baſis Coni in punctis C, E, & coniungatur recta linea AK, & producto plano trianguli AKH ſecet circulum baſis in linea BD: pariterque producto plano trianguli AGI, ſecet circulum baſis in CME: productiſque planis conum tangentibus AGK, AIK efficient in circulo baſis tangentes CL, EL. Et Primo tan-

gentes CL, EL ſint parallelæ eidem AK : & ideo inter ſe, & ipſi BD æquidiſtabunt: eo quod *a* BD eſt ſe-
a VI.8. ctio communis planorum per par-
las AK, CL extenſorum. ergo *b*
b II.21 CE perp.ris ad circulum tangentes par-las eſt, & diameter circuli, ſe-
c II.22 catque *c* bifariam BD parallelam tangenti CL: quare ſunt quatuor rectæ lineæ AB, AM, AD, AK: & BD ſecatur bifariam à tribus ex eis
d h.3.4 & parallela eſt quartæ AK: ergo *d* quatuor illæ rectæ lineæ ab A diſcedentes efficientes ſunt conterminalis proportionis, & ab eiſdem ſeca-
e hui.1 tur recta linea KH: ergo *e* vt HO ad OF, ita eſt HK ad KF. Secundo Tangentes CL EL conueniant in puncto L: & quia tria puncta A, K, L exiſtunt in tribus planis, ſcilicet in tangente ACL, & in tangente AEL, atque in plano trianguli AD L: ergo in eorum communi ſectione, quæ recta linea eſt, exiſtunt:
f hui.5. & ideo in circulo recta *f* linea LB MD à concurſu tangentium ducta, ſecatur in conterminali ratione à quatuor lineis AL, AB, AM, AD: & ab eiſdem ſecatur recta linea KF
g hui.4 OH: ergo pariter *g* HO, ad OF, ſe habet vt HK ad KF. Quod &c.

PROPOSITIO XXXI. *Tab. II. Fig.* 25. 26. Si a duobus punctis G, I, cuiuſlibet Parabolæ, aut hyperbolæ

bolæ IFGH ductæ duæ tangentes GK, KI conueniant, & à concurſu K ducatur quælibet recta linea KH ſecans tactus coniungentem GI in O, & ſectionem in F, H. Dico HK ſecari in F, O, conterminali proportione.

Per Verticem A Coni, & per lineam KF conum ſecantem ducatur planum ſecans conum in triangulo ABD, & baſim circularem, vel ellipticam MGNI in recta linea BD: & quia tria puncta A, F, D iacent in ſuperficie conica, nec non in plano trianguli ABD, per verticem Coni ducti: ergo exiſtunt in eorum communi ſectione, quæ eſt latus Coni, & trianguli per Verticem; & ideo per punctum F tranſibit recta linea AD. Eadem ratione recta linea AB tranſibit per punctum H. Poſtea ductis planis conum tangentibus per lineas GK, & IK ſe mutuo ſecabunt in linea KA per verticem coni A tranſiens, & eadem plana ſecabunt Circulum, vel Ellipſim baſis MGNI, in lineis GL, IL, eas tangentibus. Et ſiquidem tangentes GL, IL parallelæ fuerint inter ſe *a*, & ipſis AK, BD parallelæ erunt; & ideo vt in præcedenti dictum eſt GI diameter erit biſariam ſecans BD par-lam tangentibus GL, IL & AK in O: & proinde *b* quatuor rectæ lineæ AB,

a *VI*. 8 11. 21.

b *hui*. 3

AO, AD, AK efficientes erunt conterminalis proportionis, cum BD bifariam ſecetur a tribus ex eis, & parallela ſit quartæ AK. Si GL, IL conueniant in vno puncto L. Tunc ex præcedenti erit BO ad O
c hui.4. D, vt BL ad LD; & ſimiliter *c* quatuor lineæ AKL, AB, AO, AD erunt efficientes conterminalem proportionem. Cumque in vtroque caſu ab ijſdem quatuor lineis A K, AB, AO, AD ſecetur recta linea
d hui.3. KH in F, O, ergo *d* ibidem in conterminali ratione diuiditur. Quod.

PROPOSITIO XXXII. *Tab. II. Fig.* 27. 28. 29. 30. Si in Cono EF
Apoll. 33. 34, 35, 36. lib. I. G ab eodem puncto H ſectionis conicæ HBK ductæ fuerint ad diametrum ABC ordinatim applicata HC K & HD ſectionem tangens. Dico in Parabola Diametrum CD ſecari bifariam in B: in hyperbola vero: & ellipſi ſecari in conterminali ratione, vt AC ad CB, ita ſit AD ad DB, & e Conuerſo.

Si in Cono EFG baſis ſectionis conicæ tranſit per centrum circuli baſis C tunc baſis ſectionis conicæ HK diameter erit circuli FHG: & ideo ductis tangentibus circulum H O, KL, *a* parallelæ erunt
a hui 2. inter ſe, & ducta diametro FG paralella tangen-tibus HO, KL. Et extenſis planis Conum tangentibus
b VI. ex 8. per latera coni HE, KE ſe mutuò

ſeca-

ſecabunt in recta ED parallela tangenti HO, & FCG. At ſi Punctum C non eſt centrum circuli baſis, tunc HK non erit eius diameter, & ideo tangentes HO, KL conuenient cum diametro KG extra circulum FHK, vt in puncto O, & ſimiliter ductis planis conum tangentibus per H, & K conuenient in communi ſectione EDO, vt prius dictum eſt. His pręmiſſis. Quia ſunt quatuor rectæ EF, EC, EG, ED, & recta FG quando parallela eſt ipſi DE ſecatur bifariam *c* à tribus reliquis in primo caſu: & quando FG, & ED conueniunt in O, tunc recta FO ſecatur in conterminali ratione ab ijſdem quatuor lineis a puncto E diſcedentibus, ob contingentes HO, KO: ergo in parabola *d* Diameter CD, quæ parallela eſt vni earum EF ſecabitur bifariam a tribus reliquis in B, C, D. At in hyperbola, & ellipſi diameter AB *e* ſecabitur in conterminali ratione ab ijſdem quatuor lineis; & proinde AC ad CB eſt vt AD ad BD.

c hui.4.

d huj.6

e huj.6.

E conuerſo ijſdem poſitis. Sit in parabola CB æqualis BD & in reliquis AC ad CB, vt AD ad DB. Dico HD tangere ſectionem in H. Sin minus ducatur tangens ſectionem in H, quæ conueniat cum diametro in N alibi quam in D. Ergo ex prima parte in parabola CN ſe-

catur bifariam in B, & recta AB ſecabitur in conterminali ratione in C, N in re iquis ſectionibus. Quod eſt contra hypotheſim. Non ergo &c. Quod &c.

Proprietates tangentium coni ſectiones quas Appollonius methodo prolixa & abſtruſa demoſtrauit mirabili facilitate Fr. maurolicus oſtédit. noſtræ pro-nes tanti viri genium imitantur.

Apoll. II. 37. PROPOSITIO XXXIII. *Tab. II. Fig. 31. 32.* Si à quolibet puncto C non verticali hyperboles, Ellipſis, aut Circuli BC ductæ fuerint ad diametrum EBA ordinata CE, & contingens CD. Dico rec-lum D FE, æquale eſſe qua-drato FB, & rec-lum FED ad qua-tum CE eſſe vt latus tranſuerſum AB ad rectum latus BX.

Quoniam propter contingentiam *a bn. 32* *a* eſt AD ad DB, vt AE ad EB, ergo componendo vt duæ AD, DB ad BD, ita ſunt ambæ AE, EB ad EB. & ſemiſſes antecedentium ad eaſdem conſequentes in eadem ratione erunt: eſtquè in hyperbola FE ſemiſſis ipſarum AE & EB, & in ellipſi FD dimidium eſt duarum AD, DB; & in vtriſque FB eſt ſemiſſis reliquarum. ergo in hiperbola vt FE ad EB, ita eſt FB ad BD, *b III.* & per conuerſionem rationis *b* EF

ad

ad FB eſt vt FB ad FD. at in Ellipſi FB ad BE eſt vt FD ad DB & per conuerſionem rationis vt BF ad FE ita erit DF ad FB.

Quare tam in hyperbola, quàm in ellipſi & in Circulo *c* rectangulum ſub extremis DFE æquale eſt quadrato mediæ FB. Poſtea quia *d* differentia duorum quadratorum FE, FB eſt rectangulum AEB: fuit autem rectangulum DFE æquale quadrato FB: ergo differentia quadrati FE, & rectanguli DFE eſt rectangulum AEB: differt vero quadratum FE à rectangulo DFE in rectangulo DEF: ergo rectangulum AEB æquale eſt rectangulo DEF; ſed *e* rectangulum AEB ad quadratum CE habet eamdem rationem, quàm latus tranſuerſum AB ad rectum BX figuræ: ergo rectangulum DEF (quod eſt æquale ipſi rectangulo AEB) habet ad quadratum CE eamdem rationem, quam habet latus Tranſuerſum ad rectum. Quod &c.

c IV. cor. 2. 14

d V. 22.

e bu. 24

PROPOSITIO XXXIV. *Tab. II. Fig.* 33. 34. Si à quolibet puncto C non verticali hyperboles, Ellipſis, aut circuli CB duæ rectæ ductæ fuerint ad ſecundam diametrum AB priori coniugatam, altera C e ordinata, reliqua C d ſectionem contingens. Dico quod rectangulum e

Apoll. II. 38.

Fd ſub ſegmentis ſecūdæ diametri ab eis vſq;ad centrum interceptis æquale erit qua-to bF ſemidiametri; & rec-lum d e F ad qua-tum C e eſt vt latus rectum BK ad tranſuerſum AB.

In Ellipſi ſit b x latus rectum coniugatæ diametri a b. erunt *a* ergo BX, ba, AB,bx continuæ proportinales, & ideò ab ad bx erit vt X B ad AB, ſed (ex præcedenti) cum ex puncto C ad diametrum a b ducantur ordinata Ce & contingens Cd.ergo quadratum bF æquale eſt rec-lo dFe; & rectangulum deF ad quadratum C e erit vt ab ad bx, ſeu vt BX ad AB.

a huius 28. def. 37.38.

In hyperbola vero ob parallelas DF, & Ce *b* eſt vt Fe ad ed ita DC ad Cd, ſeu DE ad EF, & ſumptis altitudinibus communibus Fe & FE *c* erit quadratum eF ſeu CE ad rectangulum Fed vt rectangulum DEF ad quadratum FE; & permutando quadratum CE ad rectangulum DEF, ſeu *d* vt BX ad BA ita eſt rectangulum Fed ad quadratum FE, ſeu eC, quod erat primum. Rurſus quia quadratum CE ad rectangulum Fed eſt vt rectangulum FED ad quadratum FE, ſeu eC, & ad eorum differentias proportionales erunt, ſcilicet quadratum CE ad rectangulum eFd erit vt rectangulum DEF ad rectangulum DFE,

b 1V. 2. & 4.

c 1V. 1.

d hu. 33

&

& permutando quadratum CE ad rectangulum DEF, ſeu vt *e* BX ad BA, ſeu vt quadratum bF ad quadratum FB ita erit rectangulum eFd ad rectangulum DFE, ſeu ad ei æquale quadratum BF, ex præcedenti propoſitione. Ergo quadratum bF ad quadratum FB erit vt rectangulum eFd ad idem quadratum FB, & proinde quadratum bF æquale erit rectangulo *eFd*. *e hu.33*

PROPOSITIO XXXV. *Tab.II. Fig.35.* In Ellipſi, & oppoſitis ſectionibus A H, B G vt latus tranſuerſum BA ad rectum AC, ita eſt rectangulum GEX, à ſegmentis rectę GXE æquidiſtãtis diametro tranſuerſæ inter ſectiones & vnam ordinatim applicatam HM ad rectangulum HEM ſub ordinatæ ſegmentis contentum.

Applicentur ordinatim GF, XN ad diametrum BA, cuius centrum Z. Quia *a* exceſsus quadrati ZL ſupra quadratum ZN æquale eſt rectangulo FLN; & exceſſus quadrati ZN ſupra quadratum ZA eſt æquale rectangulo BNA; ergo quadrati ZL exceſſus ſupra quadratum ZA æquale eſt rectangulis FLN, & & BNA ſimul ſumptis; & eſt quoque *b* differentia eorumdem quadratorum æqualis rectangulo BLA. Igitur rectangulum BLA æquale eſt *a V.22.* *b eadē.*

eſt duobus rectangulis FLN, & B NA ſimul ſumptis. Eſtque *c* latus tranſuerſum BA ad rectum AC vt totum rectangulum BLA ad totum quadratum HL, & ita quoque eſt ablatum rectangulum BNA ad ablatum quadratum XN, ſeu EL. Ergo illius reſiduum *d* rectangulum F LN, ſeu GEX ad huius reſiduum rectangulum HEM erit vt totum ad totum, ſeu vt BA ad AC.

c *hu*.24

d V. *ex* 22.

Apoll. II. 26. 41.

PROPOSITIO XXXVI. *Tab.II. Fig.* 36. 37. Omnium rectarum AB, CD per punctum G quod non ſit centrum M ſectionis conicæ, vel oppoſitarum BCD, applicatarum; vna ſolummodo ibidem ſecari poteſt bifariam, illa ſcilicet, quæ parallela eſt tangenti verticali diametri primæ, vel ſecundæ per idem punctum G extenſæ.

a *hu*.21

b *hu*.22

Ducatur per G diameter MG *a* parallela quidem diametro SR in parabola, & per *b* centrum in hyperbola, ad quam vel vna tantum, vel neutra erit ordinatim applicata: quandoquidem eidem tangenti ex vertice F non poſſunt eſſe æquidiſtantes duæ AB, & CD ſe mutuo ſecantes. Secet iam diameter MG ordinatim applicatam XO per G ductam, a qua ſecetur recta CD, & per C, & D ducantur ordinatæ CZ, DN parallelæ eidem XO, ſitque

que ZC propinquior vertici, quàm DN: & ideo *c* quadratum DN ad quadratum CZ eam rationem habet, quam NF habet ad minorem ZF in Parabola, vel in *d* hyperbola eam, quam habet maius rectangulum MNF ad minus MZF. Et propterea quadratum DN maius erit quadrato CZ, & linea DN maior CZ. Cumque propter parallelas DN, CZ triangula *e* GND, GZC ſimilia ſint, erit vt maior DN ad minorem CZ, ita GD ad GC; ideoque DG maior erit quam GC. Eadem ratione ſi ordinatim applicata XG ſecat rectam AB erit inferior eius pars BG maior quàm GA: Quare ambo rectæ AB, CD erunt inæqualiter ſectæ, aut vna tantummodo ſemiſecabitur, illa ſcilicet, quæ ordinatim applicata eſt ad diametrum GF. Poſtea in ellipſi, & oppoſitis ſectionibns ſi fieri poteſt ſe mutuò ſecent bifariam rectæ CD, AB in puncto G, quod non ſit centrum; & coniungatur ex Centro M recta MG, atque MF fiat parallela ipſi CD, & MH per centrum ducatur parallela alteri AB erit diameter ſecunda. Cumque AB, CD ſe mutuò ſecent in G: ergo HM, FM angulum conſtituunt in M: & quia AB bifariam ſecatur in G, & per centrum ducitur GM, & HM parallela ipſi AB eſt diame-

c bu.23

d bu.24

e IV. 4

f *hu.27* ter tranſuerſa : ergo *f* MG Secunda Diameter eſt ei coniugata, & ordinatim erit applicata ad diametrum HM (aliàs ordinata à centro M ſecaret ipſam AB bifariam alibi quam in G, quod fieri nequit).
g *hu.21* Ideoque *g* GM parallela erit contingenti à vertice H ductæ. Eadem ratione GM parallela erit contingenti à Vertice F ductæ: ergo duæ contingentes à punctis F, H parallelæ eidem GM, erunt inter ſe quoque parallelæ: ideoque recta linea duo puncta, F, & H coniungens diameter erit: & propterea per centrum M tranſibit. Quare vna linea recta eſt FMH, quod eſt abſurdum. Quare rectæ AB, CD non poſſunt ſe mutuò ſecare in G bifariam. Quod &c.

28. 36. *lib.* 2. *Apoll.* *Corollarium I.* Colligitur quod in ſectione Coni, vel in ſectionibus oppoſitis recta linea ſecans bifariam duas applicatas parallelas inter ſe Diameter erit. Nam ambæ parallelæ ordinatim applicatæ erunt ad illam Diametrum, quæ per punctum ſemipartitionis cuiuſlibet parallelarum earumdem ducitur; Cumque
h *hu.36* *h* vna tantum recta linea per ambarum ſemipartitionem duci poſſit. Ergo illa diameter erit.

7. 34. *lib.* 2. *Apoll.* *Corollarium II.* Similiter ſi per

pun-

punctum bifariæ partitionis rectæ applicatæ parallelæ contingenti, & per contactum recta extendatur: erit Diameter. Nam tam contingens, quàm ei parallela ordinàtim applicatæ ſunt ad Diametrum per contactum, & per alterius ſemipartitionem ductam. Quare recta per eadem puncta extenſa Diameter erit.

Corollarium III. E contra ſi in dictis Coni ſectionibus Diameter rectam quandam bifariam ſecet: quæ ad terminum diametri contingit ſectionem parallela eſt rectæ bifariam diuiſæ. Nam recta bifariam ſecta neceſſariò erit ordinatim applicata ad diametrum: & ideo ſemiſecta, & contingens verticalis parallelæ erunt inter ſe. *5.6.35. lib. 2. Apoll.*

PROPOSITIO XXXVII. *Tab. II. Fig. 39.* In Parabola ABD quælibet recta linea BF ſecans diametrum ſecabit peripheriam ſectionis in duobus punctis.

Ducatur ordinata FA, quæ cadat infrà rectam BF: & quia BF cadit inter ordinatam FA, & diametrum FC: ergo FB producta ſecat peripheriam in aliquo puncto B intercepto inter A, & verticem C. Poſtea à puncto B ducatur ordinata BG: & vt *a* GC ad CF, ita fiat F *a 17.10*

C E ; & a puncto E ducatur E D parallela ipſi GB, conueniens cum FB in D. Et quia proportionales ſunt tres EC, FC, GC. Ergo diuidendo EF, ad FC eſt, vt F G ad GC : & permutando, & conuertendo erit GF ad FE, vt GC ad CF ; ſed propter ſimilitudinem
b *IV.* 4 triangulorum GBF, EDF, vt *b* GF ad FE, ita eſt GB ad ED : quare vt GC ad CF : ita erit GB ad ED ;
c *IV.*17 & vt *c* CG ad tertiam proportionalē CE ita erit quadratum GB ad quadratum ED. Vnde *d* ED erit ordinata à puncto E ducta. Et propterea punctum D in peripheria ſectionis exiſtet : ideoque recta BF producta ſecabit ex altera parte peripheriam ſectionis in puncto D. Quod &c.
d *hu.*21

Apoll. 44. 45. 46. 47. 48. *lib.* II.

PROPOSITIO XXXVIII. *Tab* II. *Fig.* 40. 41. 42. In qualibet Coni ſectione vel in Oppoſitis ABH, GM diametrum, axim, Centrum atque figuræ latera inuenire.

Primo Diameter inuenietur hac ratione : Sumantur quælibet duo puncta B, H, in peripheria ſectionis, & iungatur recta BH : & ab aliquo puncto P intercepto inter puncta B, H; recta linea PQ applicetur parallela ipſi BH : & ambæ ſecentur bifariam in F, & X : atque
a *hu.* 36 recta FAX extendatur : erit *a* XFA
cor. 1. Diameter. Secundo in oppoſitis ſectio-

ctionibus, & ellipſi reperiatur eodē artificio Diameter AG, & bifariam ſecetur in E; Hoc *b* centrum erit. b *hu*.15
Tertio Axim reperiemus ſic in Parabola quidem ad quamlibet eius diametrum BR applicetur recta M R ad angulos rectos ſuper BR, quæ producta *c* ſecabit ſectionem in S: c *hu*.37
& MS ſecetur bifariam in puncto N: atque per N ducatur NA parallela diametro BR. Similiter in Ellipſi, & hyperbolis oppoſitis, centro E, & interuallo quolibet EM, ducatur arcus circuli MS, ſecans peripheriam ſectionis in duobus punctis M, S, atque recta MS ducatur, & ſecetur bifariam in N: atque recta NEA extendatur, quæ in triangulo iſoſcelio EMS ſecabit ad angulos rectos ipſam SM ſemiſectam: Erit ſemper NA Axis: Quia eſt diameter ſecans ordinatim applicatam MS ad angulos rectos.

Quarto Producatur quælibet Diameter AE vltra Centrum, vt ſit E G æqualis EA, vel quouſque ſecet alteram peripheriam. Erit AG latus tranſuerſum figuræ, & recta *d* G d *def*.16
Y, ad quam latus tranſuerſum eamdem rationem habet quam rectangulum ANG ad quadratum ordinatæ MN: erit latus rectum figuræ. At in Parabola *e* tertia proportionalis abſciſſæ AF, & ordinatæ B e *def*.15
F erit latus rectum, vt *f* ſuperius f *hu*.23
probatum eſt. Quod 24.

Quod vero eſſe non poſſint alij Axes earumdem ſectionum, ſic oſtendetur. Sit axis NA, & ducatur quælibet alia diameter tranſuerſa BD, & duæ contingentes AD, BC ſecantes diametros in C, D, & ſe mutuo in O: erunt AD, BC ordinatim applicatæ quælibet ad Diametrum, quam in vertice contingit. Et quia DA ad axim AC perpendi-
g *hu.21* cularis eſt; ergo in Parabola *g* angulus ADB rectus erit propter æquidiſtantiam Diametrorum AC, BD. Quare in Triangulo BDO rectangulo in D, erit angulus DBC acutus. In Hiperbola vero angulus EDA erit acutus, cum in Triangulo EDA ſit angulus EADrectus; eſtque in Triangulo DBO externus EDA, qui erat acutus, maior interno, & oppoſito DBO. Ergo angulus EBC, acutus quoque erit. In Ellipſi autem ducta BF ordinata, ſeu perpendiculariter ad axim AE
h *hu.12* G. Patet *h* quadratum BF non eſſe æquale rectangulo AFG (aliàs figura ABG eſſet circulus, quod non
hu.33 ponitur) ſed rectangulum *i* CFE æquale eſt rectangulo AFG: Ergo rectangulum CFE non eſt æquale quadrato FB; ideoque angulus CB
l *IV. 9.* E, non erit rectus, (aliàs *l* tres CF,
m *IV.* FB, FE eſſent proportionales & *m*
14.co.2. rectangulum ſub extremis CFE æquale eſſet quadrato mediæ FB,

quod

quod eſt falſum) cum Ergo in qualibet alia diametro BD neceſſario CB, quæ eſt ad illam ordinatim applicata non ſecetur ad angulos rectos. Ergo BD axis non eſt. Ideoque tantummodo CA axis erit. Quod &c.

PROPOSITIO XXXIX. *Tab. III. Fig.* 1. & 2. Sint ſectio Conica, Circulus, vel Oppoſitæ ſectiones AOGB: & ductis duabus tangentibus AD, DB concurrentibus in D; iunctaque recta AB, hæc Primo bifariam ſecetur in E, & coniungatur recta DE. Dico DE diametrum eſſe; & è conuerſo. *Apoll.* 29. 30. 38. 39. *lib.* 2.

Si enim hoc verum non eſt, ducatur per E diameter EF, quæ in omnibus ſectionibus, præter quam in Parabola tranſibit *a* per Centrum; ſecetque diameter EF vnam tangentium AD in F; & FB coniungatur; hæc omnino ſecabit ſectionis peripheriam alicubi, vt in G, cum *b* inter tangentem BD, & ſectionem ducatur; Et per G ducatur recta GNOH parallela ipſi AB, erit GO ordinatim applicata ad diametrum FE. Et ideo ſecabit Diametrum EF infra Verticem, in omnibus ſectionibus exceptis Oppoſitis cum punctum G cadat extra lineam FE, eam ſecet in N, & ſectionem in O, atque tangentem AD in H.

a *hu.* 22

b *hu.* 11

Ergo

c hu. 21 & 22. Ergo recta c GO bifariam diuiditur in N; ſed in Triangulo AFB, vt d
d IV. 4. EF, ad FN, ita eſt BE ad GN; & ita eſt AE ad HN (propter parallelas AB, GH) ſuntque antecedentes AE, BE æquales: ergo GN, NH æquales erunt. At erant æquales GN, NO: ergo, ON, & HN æquales erunt: quod eſt impoſſibile. Non ergo aliqua alia recta FE, preter quam DE eſſe poteſt Diameter. Quare patet propoſitum.

Secundo ab occurſu tangentium D ducatur diameter DE, vel recta DE coniungat punctum D, & Centrum. Dico AB in E bifariam ſecari a diametro DE. Si hoc verum non eſt ſecetur AB bifariam in X, & iungatur DX; erit, vt modo oſtenſum eſt, DX diameter quoque. Quare in Parabola duæ diametri conuenient in D, quod eſt impoſſibile. In reliquis vero ſectionibus punctum D erit Centrum, Extra figuram in Circulo: & Ellipſi. At
e huius ex 32. in e Hyperbola, & oppoſitis ſectionibus recta DA ex centro D ducta ſectionem non ſecabit, ſed continget. Quæ ſunt abſurda. Quare AB in E ſecatur bifariam à diametro DE. Quod &c.

PROPOSITIO XXXX. *Tab. III. Fig. 3. 4.* Si à quolibet puncto E periphæriæ ſectionis conicæ ABE

duæ

duæ rectæ EG, EH ordinatim applicentur ad duas diametros AD, BC: triangulum ab vna tangente verticali & ab vna applicatarum ad vnam diametrum conſtitutum, quale eſt BNH, æquale erit quadrilatero ab eadem tangente à duabus applicatis ad alteram diametrum conſtituto nempe ENDG.

Ducatur AK parallela tangenti BD. Quia à puncto A ſectionis conicæ ducuntur tangens AC, & ordinata AK ad diametrum CB. Ergo in parabola *a* diametri portio CB æqualis eſt BK, ſed ob par-mum KD *b* eſt DA æqualis eidem BK, erit CB æqualis DA, & ſunt parallalæ; igitur *c* triangulum CIB ſimile & æquale erit triangulo AID. verum in reliquis ſectionibus tangens AC & ordinata AK *d* ſecãt diametrum in partes proportionales KL, BL, CL & ideo *e* triangulum AKL ad ei ſimile triangulum DBL erit vt idem triangulum AKL ad æquè altum ACL. proindeque *f* triangula DBL, & CAL æqualia ſunt interſe & ablato communi quadri-ro IL erit triangulum BCI æquale triangulo ADI; & in vtriſque ſectionibus addito communi qua-ro AIBK, erit triangulum CAK æquale quatero DK. Poſtea in ſola parabola quia *g* vt quadratum KA ad quadratum FE, ſeu vt triangulum CKA ad

a *hu*.32

b *I*. 26.

c *IV*. 4

d *hu*.33

e *IV*. 15 1.

f *III*. 4.

g *hu*.21

ad triangulum ei ſimile HFE ita eſt abſciſſa KB ad FB, ſeu *b* parallelogramum KD ad parallelogramum FD. Et in reliquis ſectionibus. Quia quadrata ex LB, LF, LK ſunt interſe vt triangula ſimilia LBD, LFG, LKA ex ijſdem homologis deſcripta. Ergo *i* differentiæ illorum quadratorum ſunt interſe, vt differentiæ eorundem triangulorum; ſed quadratorum *l* differentiæ ſunt rectangula MKB & MFB, pariterque triangulorum differentiæ ſunt trapetia KB DA, & FBDG. ergo vt ſe habet rectangulum MKB ad rectangulum MFB ita eſt trapetium KD ad trapetium FD; & eſt *m* triangulum KAC ad ei ſimile triangulum FEH vt quadratum AK ad quadratum FE, ſeu vt *n* rectangulum MKB ad rectangulum MFB; ergo vt trapetiũ KD ad trapetiũ FD, ita eſt tri-lum AKC.ad tri-lũ FEH;& fuerunt antecedentia triangulum ACK æquale qua-ro KD. ergo conſequentia triangulum HEF æquale eſt quatero FD; & ablato communi quatero FN erit triangulum HBN æquale qua-tero ED.

h *IV.* 1 18.

i *III.* 15

l V. 22.

m *IV.* 18.

n *hu.* 22

PROPOSITIO XLI. *Tab. III. Fig. e. ed.* Iiſdem poſitis. Dico vt quadratum tangentis BI ad quadratum tangentis IA, ita eſſe rectangulum POE ad quadratum ſectæ tangentis OA. Quia

Quia ſemi ordinatæ *a* PF, FE ſunt æquales,&ex præcedenti triangulum HNB æquale eſt quadrilatero ED, atque triangnlum BIC æquale eſt triangulo AID eſtque *b* differentia quadratorum FO, & FE æqualis rectangulo POE, & differentia triangulorum ſimilium CFO, & HFE æqualis eſt quad-tero EC. ergo quadratum FO ad rectangulum POE eſt vt triangulum COF ad quad-terum EC; ſeu *c* ad ei æquale triangulum AOG; eſt vero quadratum *d* BI ad quadratum FO vt triangulum BCI ad ei ſimile triangulum CFO. igitur ex æqualitate ordinata quadratum BI ad rectangulum POE eſt vt triangulum CBI, ſeu DAI ad triangulum AGO, vel vt quadratum IA ad quadratum O A, & permutando quadratum BI ad quadratum IA erit vt rectangulum POE ad quadratum OA.

a *hu.*21 *&* 22.

b *V.* 22

c *ex præced.*

d *IV.*18

PROPOSITIO XLII. *Tab. III. Fig.* 5. Si à duobus punctis E, F ſectionis conicæ AEB ad duas diametros AD, BC applicentur ordinatæ PE, LF, ſe ſecantes in N, & duæ tangentes verticales BD, AC ſe ſecantes in I. Dico vt quadratum BI ad quadratum IA ita fore rectangulum PNE ad rectangulum LNF.

Producantur PE, LF ad G & H &

H, & ex punctis E, F ducantur EO,
a *hu*.46 FQ parallelæ tangentibus. erit *a* triangulum BTO æquale quad-ro E D, & triangulum B R H æquale quad-tero FD ; quare differentiæ eorumdem ſpatiorum æquales erunt, ſcilicet quad-terum T H æquale erit quad-tero EQ minus ſpatio F T. ergo addito communiter FT erit quad-terum FO æquale qua-ro EQ & præterea addito communiter ſpatio NX erit quad terum NQ æquale quad-tero NO.

b *hu*.21 22. Poſtea quia *b* ordinatæ PE, LF ſecantur bifariam in K & M. erit P N ſumma, & NE differentia in æqualium KE, KN : & differentia *c* quadratorum KE, & KN erit æqualis rectangulo PNE, ſicuti trapetium NO eſt differentia triangulorum ſimilium KEO, & KNH. ergo vt quadratum KE ad rectangulum PN E, ita eſt triangulum KEO ad quadriterum NO ; & permutando quad-tum KE ad triangulum KEO ita eſt rectangulum PNE ad quadraterum NO, ſeu ad ei æquale ſpatium NQ. verum vt *d* quadratum KE ad triangulum K E O, ita eſt quad-tum BI ad triangulum illi ſimile & ſimiliter poſitum BIC. igitur vt quadratum BI ad triangulum BIC ſeu *e* ad ei æquale triangulum AID, ita eſt rectangulum P N E ad quad-terum N Q. Eadem ratione quad-tum

(margin notes: c *V*.22 beside "lium KE, KN"; d *IV*.18 beside "NQ. verum"; e *hu*.40 beside "tum BI ad triangulum")

AI

AI ad triangulum AID eſt vt rectangulum LNF ad quad-terum N Q, & inuertendo triangulum ADI ad qua-tum AI eſt vt trapet um N Q ad rectangulum LNF. quare ex æquali quadratum BI ad quadratum IA eſt vt rectangulum PNE ad rectangulum LNF. f *III.19*

PROPOSITIO XLIII. *Tab. III. Fig.* 6. 7. 8. A centro hyperboles BAC infinite productæ duas rectas in eius plano ducere cum ſectione non conuenientes, quæ ſemper propius ad ſectionem accedant, ita vt inter eas & ſectionem alia recta ex centro vel alteri earum parallela duci non poſſit. Vocentur tales rectæ lineæ *Aſimptoti*. *Ap.II. 2, 13, 14.15.*

In cono GHK in quo exiſtit Hyperbola BAC per eius centrum O & verticem G coni ducta ſint *a* plana conum tangentia GNS, GRV extenſa per latera GN, GR trianguli GNR æquidiſtantis plano hyperboles, & producantur quouſque occurrant plano ſectionis in rectis OS, OV à centro diſcedentibus. Dico Primum rectas OS, OV nunquam cum hyperbola conuenire. Quia Planum OGNS cadit extra conum, & tangit Coni ſuperficiem ſolummodo in eius latere GN, & recta OS in eodem plano tangente exiſtens *b* parallela eſt lateri contactus a *hu.11* b *VI.9*

GN

GN cum ſint communes ſectiones æquidiſtantium planorum, & plani tangentis: ergo eadem *c* OS in infinitum extenſa nunquam conueniet cum latere coni GN; & ideo OS ſemper extra conum iacebit, & ab eius ſuperficie diſtabit. At hyperbola AC ſemper in coni ſuperficie iacet, & in eodem plano curua AC, & recta OS exiſtunt: ergo AC, & OS in infinitum productæ nunquam conuenient. Dico Secundo quod quælibet recta linea XZ parallela ipſi OS in plano hyperboles inter ſectionem, & OS alicubi ſecabit ſectionem AC. Quoniam duæ GN, XZ eidem OS ſunt parallelæ, ergo *d* interſe quoq; parallelæ ſunt; ideoque in vno ſunt plano, quod ſecat conum, quandoquidem *e* infra planum contingens NGS ducitur: & propterea planum per GN, XZ efficiet in Cono Triangulum GNI per Verticem ductum, cuius alterum latus præter GN ſit GI. Et quia in eodem plano parallelarum GN, XZ ducitur GZI ſecans vnam parallelarum GN in G: ergo *f* GZI producta ſecabit alteram XZ alicubi vt in Z. Cumque punctum Z in latere coni GZI, ideſt in ſuperficie conica, & in plano hyperboles exiſtat: ergo Z exiſtit in peripheria hyperboles. Et quia productio rectæ XZ infra Z vt in Y, ſecat ipſam

c I. ex 14.

d 11. 7.

e hu. 11

f I. 29.

ſam GZI productam: ergo ZY cadit inter duo latera coni GN, & GZI, & ideo intra planum NGI conum per verticem ſecans. Quare ZY infinitè producta verſus Y ſemper cadit intra conum: & propterea intra hyperbolam; ſecabitque eius peripheriam in vnico tantum puncto Z: quare locus à recta OS, & peripheria hyperboles AZC contentus nō eſt capax vnius rectæ XZ, quæ parallela ſit ipſi OS. Tertio dico quod diſtantia periphæriæ ſectionis à recta OS ſemper plus ſtringitur quo magis a vertice A ſectionis remouetur. ſit enim in ea punctum C remotius a vertice quam Z, & à puncto Z ducta, recta ZY parallela ipſi OS *g* cadet inter ſupremam peripheriam ZAB, & rectam OS; at poſt ſingularem ſectionem in Z, ſegmentum ZY perpetuo cadit intra ſectionem; ergo punctum ipſum C cadet in ſpatio intercepto inter duas parallelas ZY, & OS: & propterea diſtantia puncti C à recta OS minor erit, quam diſtantia puncti Z ab ipſa parallela OS. Quarto dico quod quælibet recta OL à centro O ducta intra angulum AOS, neceſſario hyperbolam ſecabit. Ducatur à vertice ſectionis A recta AP parallela ipſi OS; cadet AP poſt ſectionem in A ſemper intra hyperbolam; & ideo recta OL

g *huius part. 2.*

cadens infra parallelam OS, & eam h I.ex 29 ſecans, neceſſario *h* reliquam parallelam AP infra punctum A ſecabit. Quare peripheriam ſectionis prius ſecabit; quæ omnia erant oſtendenda. Vocentur autem huiuſmodi rectæ lineæ OV, OS *Aſimptoti* & angulus VOS vocetur angulus figuram *Continens*.

Corollarium I. Manifeſtm eſt quod diſtantia periphæriæ ſectionis ab aſymptoto, ne dum ſemper magis minuitur quo magis a vertice remouetur; ſed etiam minor efficitur quacunque aſſignabili diſtantia. Nam ſemper duci poteſt recta parallela aſimptoto minus ab ea recedens quam ſit diſtantia data, & illa alicubi peripheriam hyperboles ſecabit.

Corollarium II. Rurſus patet, quod omnium rectarum à centro oppoſitarum ſectionum ducibilium, illæ tantummodo diametri tranſuerſæ eſſe poſſunt, quæ intra angulum ab aſymptotis contentum duci poſſunt. Nam illæ tantummodo ſecare poſſunt oppoſitas ſectiones in ſingulis punctis.

Non coincidentium linearum mirabiles proprietates, quas Apollonius indirectè demonſtrauit. Fr. Maurolicus euidentiori progreſſu

affir-

affirmatiuè omnium primus oſtendit libro 2. de lineis horarijs, quam egregiam methodum nos imitati ſumus.

PROPOSITIO XLIIII. *Tab. III. Fig. 9.* Si circà hyperbolem BAC in cono GHK Aſymptoti ducantur VOS: efficient rectangula ſub ſegmentis ordinatim applicatarum BC, XZ contenta, quæ inter aſymptotos, & ſectionem interijciuntur vt BSC, SBV, XAZ æqualia quadranti figuræ, quæ ad diametrum conſtituitur. Scilicet rectangulo OAI ſub ſemi tranſuerſo OA & ſemilatere recto AI contento.

Quia latus *a* tranſuerſum DA ad rectum AF ſe habet vt rectangulum DEA ad quadratum ordinatæ EC, ſeu *b* ad ei æquale rectangulum HEK, ob circulum; ſed *c* rectangulum DEA ad rectangulum HEK ſe habet vt quadratum GM ad rectangulum HMK, ſeu *d* ad ei æquale quatum MN perpendicularis ad diametrum: ergo quadratum GM ad quadratum MN ſe habet vt latus tranſuerſum DA ad rectum FA, ſeu vt ſemiſſes OA ad ſemiſſem AI; vel *e* vt quadratum OA ad rectangulum OAI. Poſtea quia duorum planorum æquidiſtantium GNR, & OBC *f* ſectiones GM, & OE factæ ab eodem plano GHK ſunt inter ſe

a *hu.* 24
b IV. 22
c *hui.* 9.
d IV. 22
e IV. 1.
f V I. 9.

 pa-

parallelæ. Pariterque ſectiones M N, ES factæ a circulo baſis ſunt parallelæ; nec non ſectiones GN, O S factæ à plano conum tangente GS ſunt quoque inter ſe parallelæ. Ergo *g* triangulum G M N ſimile
g IV.7. eſt triangulo OES, ſeu triangulo OAZ, cum tangens AZ ſit æquidi-
h IV.18 ſtans ES. Quare vt *h* quadratum GM, ad quadratum MN ita eſt quadratum O A ad quadratum A Z: erat autem quadratũ OA ad rectangulum OAI vt quadratum GM ad quadratum MN. Ergo idem quadratum OA eandem proportionem habet ad quadratum AZ, & ad rectangulum OAI. Proindeque quadratum *i* AZ æquale eſt rectangulo
i III.4. OAI, ſeu quadranti Figuræ.

Poſtea quia quadratum *l* OE ad
l IV.4. & 18. quadratum ES eſt vt quadratum O A ad quadratum AZ, & erat rectangulum DEA ad quadratum EC vt quadratum OA ad rectangulum OAI, ſeù ad quadratum AZ. Ergo totum quadratum OE ad totum quadratum ES ſe habet vt ablatum rectangulum DEA ad ablatum quadratum EC. Quare *m* reſiduum
m V.22 quadratum OA ad reſiduum rectangulum BSC erit vt totum quadratum OE ad totum quadratum ES: ſeu vt quadratum OA ad quadratum AZ. Quapropter idem quadratum OA eandem rationem habebit ad

rectan-

rectangulum BSC atque ad quadratum AZ. Et fuit quadratum AZ æquale quadranti figuræ, ſcilicet rectangulo OAI. Ergo rectangulum BSC æquale quoque erit eidem quadranti figuræ.

Simili modo quodlibet rectangulum CVB, vel SBV equale erit quadranti figuræ DAF. Quod &c.

Corollarium. Conſtat ſegmenta cuiuſlibet ordinatim applicatæ inter ſectionem & Aſymptotos intercepta æqualia eſſe interſe. Oſtenſæ enim fuerant CS, BV, nec non AX, AZ æquales.

PROPOSITIO XLV. *Tab. III. Fig.* 10 & 11. Si quadratum AE contingentis hyperbolem AB: aut rectangulum GNF ſecantis poterit quadrantem figuræ, quæ ad diametrum pertactum A ductam, ſiue per punctum K ſemipartitionis ſecantis conſtituitur. Dico quod recta DE, vel DN à centro perterminos illarum ducta Aſymptoton erit. *Apoll. I. & co. nu. 10. lib. 2.*

Si enim hoc verum non eſt deſcribatur circà hyperbolem AB *a* aſymptoton DX vel DZ, quæ ſecet rectas lineas AE, GF in X vel Z vltra vel citra puncta E, N. Erit *b* rectangulum AXA, vel GZF æquale quadranti figuræ, quæ ad diametrum AS conſtituitur. Quare *a hu. 43* *b hu. 44*

rectangulum AEA æquale erit rectangulo AXA, & rectangulum GNF æquale erit rectangulo GZF: pars ſuo toto quod eſt impoſſibile. Non ergo aſymptoton DX, vel DZ tranſit vltra, vel citra puncta E, vel N. Vnde per eadem puncta E, vel N tranſibit. Quod &c.

PROPOSITIO XLVI. *Tab. III. Fig.* 12. 13. Quælibet recta AE contingens, aut FG ſecans hyperbolem BAC in duobus punctis F, G. Dico quod cum vtraque aſymptoton ED, DH conueniet; & ſegmenta earundem EA, & AH; nec non NF, GO æqualia erunt inter ſe: atque rectangula EAH, & NFO contenta ſub illarum ſegmentis ab vno puncto ſectionis ad aſimptotos intercepta æqualia erunt quadranti figuræ, quæ ad diametrum SA per tactum ductam conſtituitur.

Si enim hoc verum non eſt ſecentur rectæ AE, GF in X, vel Z, vt ſit rectangulum AXA, vel GZF æquale quadranti figuræ ſub latere tranſuerſo SA& recto M contentæ, & coniungatur recta DX vel DZ:
a hu.45 erit *a* hæc aſymptoton: erat autem DE, vel ND aſymptoton etiam. Quare in loco ab aſymptoto, & hyperbola terminato aliqua alia recta linea DE, vel DN ex centro duci poteſt, non conueniens cum

ſe-

ſectione; quod *b* eſt impoſſibile. Quare aſymptoton DX, vel DZ cadet preciſè ſupra DE, vel DN. Eàdem ratione aſymptoton ad partes H ſecans rectas AE, FG cadet preciſè ſuper DH vel DO. Vnde aſymptoti HDE ſecabunt rectas AE, FG, & ſegmenta *c* EA, AH erunt æqualia inter ſe, nec non NF, GO æqualia erunt, atque rectangula EAH, & NFO æqualia erunt quadranti figuræ SAM, quæ ad diametrum conſtituitur. Quod &c. b *hu.43* c *huius ex 44.*

PROPOSITIO XLVII. *Tab. III. Fig.* 14. A dato puncto D intra datum angulum ABC deſcribere hyperbolem, ita vt rectæ ABC continentes angulum ſint Aſymptoti. *Appol. 4. lib. 2 Pappi lib. 5.*

Ex puncto D ducatur DL parallela AB, ſeceturque GL æqualis GD: & coniungatur BL, cui parallela ducatur AC ex puncto D, iungaturque DB. Iam quia DL ſecatur bifariam in G à tribus BL, BG, BD & eſt parallela quartæ BA. Ergo *a* quælibet alia AC, quæ eſt parallela vni ex ijſdem quatuor BL bifariam ſecabitur à tribus reliquis BA, BD, BC. Poſtea producta DB fiat DB æqualis BE; & vt ED ad AC ita fiat AC ad F. Deinde *b* deſcribatur hyperbole IDH, ita vt ED ſit eius latus tranſuerſum, F vero rectum, & anguli inclinationum ſint a *hui.4* b *hu.26*

c IV.24 cor. 2. æquales angulo BDC. Quoniam *c* quadratum AC æquale eſt rectangulo DEF. Ergo quadratum ſemiſſis AD, vel DC tangentis æquale eſt quadranti figuræ EDF. Ideoque *d* AB, BC aſymptoti ſunt deſcriptæ hyperboles IDH. Quod &c.

d huius 45

PROPOSITIO XLVIII. *Tab. III. Fig.* 15. In hyperbola A, & eius oppoſita B, quarum aſymptoti DH, KM recta NO ſubtendat angulum MCD qui deinceps eſt. Dico rectam NO cum vtraque ſectionum conuenire in vnico puncto; & rectangulum NSO, vel ORN æquale eſſe quadrato ſemidiametri CA parallelæ NO, & ſegmenta OS, NR æqualia fore. Quia recta CBA parallela eſt ipſi NO. Ergo CBA ſecans angulum figuræ per centrum hyperbolas ſecabit; eritque BA earum diameter tranſuerſa. Quare *a* NO parallela ipſi BA in vnico puncto R, vel S vtramlibet ſectionum ſecat.

a huius ex 27.

Secundo ducantur a punctis A, & S ordinatim applicatæ XAZ, DSK ad diametrum BA. Quoniam tangentis *b* quadratum XA, vel rectangulum XAZ ad quadratum CA habet proportionem compoſitam ex ea quam habet XA ad AC, & ZA, ad AC; eſt vero *c* DS ad SO vt

b IV.13

c IV.4

vt XA ad AC, atque KS ad SN eſt vt ZA ad AC; quare *d* ratio rectanguli KSD ad rectangulum NSO eſt vt ratio rectanguli XAZ ad quadratum AC (cum laterum rationes eas componentes eædem ſint). Cumque antecedentia *e* rectangula XAZ DSK æqualia ſint, erunt conſequentia, rectangulum NSO, & quadratum AC æqualia quoque inter ſe. Eadem ratione rectangulum ORN æquale erit quadrato BC.

d IV.13

e *hu*.44

Tertio. Quia rectangula NSO, ORN æqualia ſunt. Ergo reciproce *f* erit SN ad NR vt RO ad OS: & componendo, eadem SR ad duas OS, RN eandem rationem habebit; ideoque *g* OS, NR æquales erunt, quæ omnia &c.

f IV.14

g III.4

PROPOSITIO XLVIIII. *Tab. III. Fig.* 16. Oppoſitarum ſectionum coniugatarum A, B, C, D Aſymptoti communes ſunt: & tangentes FG, GN, NO, OF à terminis diametrorum coniugatarum BA, CD ad vnam aſymptoton ſunt.

Apoll. 17. 21. *lib.* 2.

Quia binæ *a* oppoſitæ tangentes parallelæ ſunt tum inter ſe, tum diametris ſecundis, eo quod ordinatim ſunt applicatæ ad tranſuerſam diametrum. Ergo FGNO parallelogrammum eſt, & ductis diagonijs FN, GO conuenient in centro E, vbi *b* CD, AB bifariam ſecantur;

a *hu*.22

b *huius* ex 38.

tur;

c hu.45 tur; & quia *c* quadranti figuræ quæ ad AB conſtituitur æquale eſt quadratum CE, vel ED, id eſt quadratum FA, vel AG. Ergo FN, GO ſunt aſymptoti hyperbolarum A, B; ſimiliter FN, GO oſtendentur aſymptoti oppoſitarum hyperbolarum C, D. Quare aſymptoti FN, GO communes ſunt ſectionum coniugatarum A, B, C, D. Secundo ſint aſymptoti FN, OG, & à terminis A, C diametrorum coniugatarum ducantur tangentes AFCF. Dico concurſum F in aſymptoto NE exiſtere, Nam in parallelogrammo CEAF quadratum CE, quod eſt *d hu.45* *d* quadrans figuræ ad AB conſtitutæ, æquale eſt quadrato FA: ideoque punctum F in aſymptoto NE exiſtet. Et ſic etiam CF extremum punctum F exiſtet in aſymptoto NE. Quod &c.

Apoll. 18. 19. lib. 2. PROPOSITIO L. *Tab. III. Fig.* 17. In oppoſitis ſectionibus coniugatis A, B, C, D. Dico quod recta linea ex quamuis ipſarum C contingens in g, aut ſecans D in duobus punctis L, I: conueniet cum ſectionibus collateralibus in ſingulis punctis H, M: & eius ſegmenta inter collaterales, & mediam ſectionem intercepta æqualia erunt inter ſe; & rectangulum h g m, vel HLM ex portionibus rectæ tangentis aut ſe-

can-

cantis inter tres ſectiones intercep-
tis duplum erit quadrati AF ſecun-
dæ ſemidiametri.

Ducantur *a* aſymptoti ſectionum a *hu.* 43 45.
C, D, qui ſint E e, X x; erunt *b* b *hu.* 49
ijdem aſymptoti hyperbolarum A,
B. Et quoniam e x contingit ſe-
ctionem C in g: aut LI ſecat ſectio-
nem D in LI. Ergo *c* ex conue-
niet cum vtraque aſymptoto in e, x; c *hu* 46
Et LI conneniet cum eiſdem in X,
E: & ſegmenta g e, g x interſe, nec
non LX, IE æqualia erunt, ſed re-
cta e x ſecans vtramque aſymptoton
hyperbolarum A, B in e, x *d* con- d *hu.* 48
ueniet cum vtraque ſectione in ſin-
gulis punctis, vt in h, m, & efficiet
ſegmenta e h, x m æqualia interſe;
& pari ratione conueniet LI in
ijſdem hyperbolis in ſingulis pun-
ctis H, M, & ſegmenta EH, XM
æqualia erunt. Ergo compoſita
ſegmenta g h, & g m inter ſe; nec
non ſegmenta IH, LM æqualia in-
terſe erunt.

Poſtea per ſemipartitionem G,
vel per contactum g ducatur dia-
meter tranſuerſa D g. Et quia *e* re- e *hu.* 44
ctangulum ELX, æquale eſt qua-
drato AF, ſiue rectangulum e g x
æquale eſt quadrato AF: & *f* rectan- f *hu.* 48
gulum EMX, pariterque rectangu-
lum e m x æquale eſt eidem quadra-
to AF. Ergo quadratum m g æ-
quale eſt duplo quadrati AF. Et eſt

g V.22. rectangulum *g* EMX differentia quadrati GM à quadrato GX, atque rectangulum ELX eſt differentia quadrati G, X a quadrato GL. Quare differentia quadrati GM à quadrato GL æqualis eſt duplo qua-
h V.22. drati AF: ſed *h* ſuperat quadratum GM ipſum quadratum G L in rectangulo HLM. Ergo rectangulum HLM æquale eſt duplo quadrati AF.

PROPOSITIO LI. *Tab. III. Fig.* 18. Si à duobus punctis A, B, peripheriæ hyperboles AB ducantur quatuor rectæ aſymptotis parallelæ: r ectangula ab eis comprehenſa FAG, OBN æqualia interſe erunt.

Coniungatur, producaturque re-
a *hu.*44 cta C A B E; eritque *a* CA æqualis BE; nec non BC æqualis AE. Ergo
b *IV.*14 *b* CA ad CB erit, vt BE ad EA: ſed
c *IV.*4. propter parallelas AF, BO, vt *c* A C ad CB ita eſt AF ad BO. Simili ratione vt BE ad EA, ita eſt BN ad AG. Ergo vt AF ad BO ita erit
d *IV.*14 *Cor.*1. BN ad AG. Ideoque *d* rectangulum ſub extremis contentum FAG æquale erit rectangulo OBN ſub intermedijs proportionalium comprahenſum.

*Apoll. li.*3.*pr.* 42. PROPOSITIO LII. *Tab. III. Fig.* 19. In Hyperbola, oppoſitis ſectio-

ctionibus,& ellipſi AB quælibet recta EC contingens quæ ſecet duas tangentes verticales BD, AC eiuſdem diametri AB. Dico quod abſcindet ab eis lineas continentes rectangulum BD in AC æquale quadranti figuræ quæ ad eandem diametrum AB conſtituitur, ideſt quadrato ſecundæ ſemidiametri GF.

Ducantur à puncto E duæ ordinatæ EL, EM ad ambas diametros. Et quia contingens EK, & ordinata EL ſecant diametrum in K, & L. Ergo *a* vt LF ad FB, vel FA, ita eſt FA ad FK: & colligendo L A ad AK erit, vt BF ad FK: & *b* diuidendo in hiperbola, & per conuerſionem rationis inuerſam in ellipſi, erit LK ad KA, vt BK ad KF: ſed vt LK ad KA, *c* ita eſt LE ad A C; atq; vt BK ad KF, ita eſt BD ad FH. Ergo vt LE ad AC ita eſt BD ad FH. Quare *d* rectangulum ſub extremis EL, FH æquale eſt rectangulo ſub intermedijs AC, BD: ſed rectangulum HF, LE, ſeu rectangulum HFM (ob parallelogrammum) *e* æquale eſt quadrato ſemidiametri ſecundæ GF. Ergo rectangulum ſub AC & BD æquale eſt quadrato GF, ſeu *f* quadranti figuræ, quæ ad diametrum conſtituitur.

a *hu*.33 b III.ex 13.14. c IV.4. d IV.14 *cor*.1. e *hu*.34 f *hu*.44

PROPOSITIO LIII. *Tab. III: Fig.* 21. 22. 23. In Axe AD cuiuſlibet

libet coni ſectionis BA, DH punctum reperire quod abſcindat quadrantem figuræ ſub tranſuerſo latere DA, & recto CA. Oportet autem in ellipſi axim maiorem eſſe. Vocentur autem dicta puncta *Poli* ſectionis conicæ.

Secetur latus rectum AC bifariam in F, & ducatur FB parallela axi DA. Patet in parabola & hyperbola FB ſecare peripheriam ſectionis quæ ſemper magis in infinitum amplificantur. At in ellipſi, quia AD eſt maior axis, & ducta
a def.17 NO ſemiaxi minore *a* erit NO media proportionalis inter NA, & AF, quare NO maior erit, quam ei parallela AF; vnde FB ſecabit peripheriam ellipſis alicubi vt in B, à quo ducatur BE ordinata ſecans axim in E: & vltra punctum A in hyperbola & infra in ellipſi, ſecetur DG æqualis EA. Dico puncta E & G eſſe queſita. Et primo in parabola, quia FA ſemiſſis eſt lateris recti CA, ergo quadratum ex FA ſeu ex BE, vel ei *b* æquale
b hu.23 rectangulum CAE
c IV.15 *c* quadrans eſt quadrati CA, nempe figuræ paraboles. Poſtea in hyperbola & ellipſi compleatur parallelogrammum EBHG. Et quia, vt latus rectum CA ad tranſuerſum AD ita eſt quadratum
d IV.1 CA ad rectangulum figuræ *d* CAD: ſed vt latus rectum ad tranſuerſum,

ita

ita *e* eſt quadratum BE ad rectangulum DEA: ergo vt quadratū CA ad rectangulum CAD, ita eſt quadratum BE; ad rectangulum AED, & permutando vt quadratum CA ad quadratum BE, ita eſt rectangulum figuræ CAD ad rectangulum AED: eſtque *f* quadratum CA quadruplum quadrati BE vel HG (ob parallelogrammum, & ſemipartitionem ipſius AC in F.) Ergo rectangulū AED, vel AGD quarta pars eſt figurę DAC. Vocentur iam puncta E, G *poli*, ſeu *foci* interni & externi. e *hu*.24 f IV. 17.

PROPOSITIO LIV. *Tab.III. Fig.*24. 25. In hyperbolis, & ellipſi AKB, ad puncta G, & H, occurſus cuiuslibet tangentis KH cum duabus tangentibus vertices axium AG, BH coniungantur à polis C & E rectæ lineæ GC, HE. *Apoll. lib.* 3. *pr.* 45.

Dico angulos HCG, & GEH rectos eſſe; & angulos CGA, & HGE æquales eſſe; pariterque EHB, GHC inter ſe eſſe æquales.

Quoniam rectangulum *a* ſub AG, BH æquale eſt quadranti figuræ; & ſimiliter *b* rectangulum BCA. Ergo rectangulum ſub GA, BH æquale eſt rectangulo BCA; & ideo reciprocè *c* CB ad BH erit vt GA ad AC; & ſunt anguli recti, & æquales ad A, & B ob axes. Ergo *d* triangula HBC, CAG ſimilia ſunt: & a *hu*.52 b *hu*.53 c IV.14 *cor*.1. d IV.6

ideo

ideo anguli HCB,& CGA æquales erunt; & addito communi angulo GCA erunt duo anguli H C B, & ACG ęquales duobus angulis ACG,
e I. 18: A G C, ſed *e* iſti æquales ſunt vni recto in triangulo rectangulo G A C. Ergo duo anguli HCB, GCA vni recto æquales ſunt. Vnde angulus HCG (qui in hyperbola illis duobus eſt ęqualis, vel in ellipſi eſt reſiduum ad duos rectos) erit quoque rectus. Eadem ratione angulus GEH rectus erit.

Poſtea quia ſuper eadem rectā linea GH inſiſtunt duo anguli recti
f II. 20. HCG, & HEG. Ergo *f* per quatuor puncta E, H, G, C circulus
g II. 14 tranſit. Vnde *g* duo anguli EGH, & ECH in eodem circuli ſegmento conſtituti æquales ſunt; ſed angulus CGA oſtenſus eſt æqualis angulo ECH. Ergo duo anguli EGH, & CGA æquales ſunt inter ſe. Eadē ratione duo anguli CHG, EHB æquales erunt.

PROPOSITIO LV. *Tab.III. Fig.* 26. 27. Ijſdem poſitis, ſi à puncto X vbi conueniunt rectæ H G, & EG ab occurſibus tangentium per polos extenſæ coniungatur ad contractum K recta linea KX: erit hęc perpēdicularis ad tangentē KH.

Si hoc verum non eſt ducatur XO perpendicularis ad tangentem HK,

quæ

quæ cadat alibi, quam in K; & ducatur K Z ordinata ad axim B A. Et quia *a* angulus C G A æqualis eſt angulo H G E, ſeu OGX; & ſuut anguli C AG,& O æquales, vtpote recti. Ergo in triangulis ſimilibus *b* eſt X G ad G C vt O G ad GA: ſed vt XG ad GC ita eſt XH ad HE (eo quod *c* in triãgulis XGC XHE ſunt anguli ad C. & E recti, & anguli ad X æquales.) Ergo OG ad G A eſt vt XH ad HE: eſtque *d* OH ad HB, vt XH ad HE (propterea quod in triangulis X H O, EHB anguli ad B, & O recti ſunt, & *e* anguli X H O, EHB æquales ſunt oſtenſi. Ergo vt *f* OG ad GA ita eſt OH ad HB, & permutando vt GO ad OH ita eſt GA ad HB, ſeu AL ad LB, ob parallelas BH, AG. Cumquè K L ſit contingens & KZ ordinata. igitur *g* vt AL ad LB ita eſt A Z ad ZB. Quare G O ad OH erit vt AZ ad ZB, ſeu *h* vt GK ad KH, ob parallelas KZ, GA, BH. & per conuerſionem rationis inuerſam in hyperbola, & componendo in ellipſi, vt GH ad HO, ita eſt GH ad HK; ideoque *i* HO,& HK æquales erunt, pars & totum, quod eſt impoſſibile. Non ergo perpendicularis XO cadit alibi quam in K, & ideo ipſamet XK perpendicularis erit ad tangentem HK, quod &c.

a *hu*.54

b IV.4. *III*.12.

c *eadem* III.12.

d *eadem*

e *hu*.54

f IV.4.

g *hu*.33

h IV.2

i III.4.

LEMMA *Tab.III. Figur.*28. Si à quolibet puncto B peripheriæ parabole AB duæ rectæ lineæ ad axim AD ducantur, vna quidem ordinata BD, altera vero BE ad polum E coniuncta. Dico quod recta BE æqualis eſt abſciſſæ DA vna cum AE.

Producatur AF æqualis AE, nempe *a* quartæ parti lateris recti AC. Quoniam duarum inæqualium AD, AF differentia eſt DE, & aggregatum DF. Ergo *b* quadratum DF æquale eſt quadruplo rectanguli DAF, vna cum quadrato DE; ſed latus *c* rectũ AC quadruplũ eſt ipſius AE, vel AF: Ergo quadruplum rectanguli DAF æquale eſt rectangulo DAC, ſeu *d* quadrato BD. Quare quadratum DF æquale eſt duobus quadratis BD, & DE, ſeu *e* quadrato BE ob rectum angulum D; ideoque recta BE æqualis erit abſciſſæ DA vna cum AE.

a hu.53 *b V.21* *c hu.53* *d hu.23* *e V.18.*

PROPOSITIO LVI. *Tab.III. Fig.*29. 30. 31. In coni ſectione AB ducta ſit quælibet contingens FBG, atque à puncto cõtactus B in parabola ducatur BE parallela axi DA, & BC ad polum C; at in hyperbola, & ellipſi duæ BC, BE ad polos C, E iungantur. Dico angulos EBF, & CBG æquales eſſe.

Apoll. lib. 3. 47.

Primo in parabola ducatur ordi-

dinata B N. cum B G ſit contingens. Ergo *a* NA eſt æqualis GA; & addita cõmuni CA erit NA vna cũ AC æqualis GC: ſed *b* BC æqualis eſt NA vna cum AC. Ergo GC æqualis eſt ipſi B C. Ideoque in iſoſcelio triangulo BCG erit angulus C B G æqualis angulo G: ſed propter parallelas EB, AD *c* eſt angulus externus FBE æqualis interno BGC. Ergo duo anguli E B F, & CBG æquales ſunt. Secundo in hyperbola, & ellipſi ducantur tangentes verticales AO, DX ſecantes tangentem FBG in O, & X; & iungantur EX, EO, CO, CX, quarum duæ concurrant in Z: & à cõcurſu Z ad contactum B coniungatur recta ZB, *d* quæ angulum rectum Z B X efficiet: atque etiam angulus ZEX rectus eſt. Ergo *e* circuli peripheria tranſit per quatuor puncta Z, B, E, X. Vnde *f* duo anguli E B X, EZX in eodem ſegmento æquales erunt. Rurſus *g* quia angulus ZCO eſt rectus, ſicuti angulus ZBO. Ergo per *h* quatuor puncta B, O, C, Z circuli peripheria tranſit, & propterea duo *i* anguli OBC, OZC, ſeu EZX æquales ſunt, & erat angulus EBX æqualis eidem EZX. Proinde anguli E B X, & CBO æquales ſunt inter ſe.

a *hu.* 32
b *Lemma prec*
c I. 15.
d *hu.* 55 *et* 54.
e II. 20
f II. 14
g *hu.* 54
h II. 20
i II. 14.

Apoll. l. 3. 49. PROPOSITIO LVII. *Tab. III. Fig. 32. 33. 34.* In qualibet coniſectione ABD, ſi à polo E ad tangentem B G perpendicularis ducatur, atque ab occurſu F ad axis AD extremitates rectæ FA & FD iungantur, & in parobola cuius axis infinitus eſt ducatur ei parallela FO. Dico angulum A F O in parabola, aut AFD in reliquis ſectionibus rectum eſſe.

Et primo in parabola à cōtactu B ad polum ducatur recta BE, & ordinata BN. Quoniam *a* GE oſtenſa eſt
a huius 56 æqualis BE. Ergo in triangulo iſoſcelio E B G perpendicularis EF à vertice ſecat bifariam baſim B G in F: ſed propter tangentem B G,
b huius 32 & ordinatam BN *b* ſecatur quoque GN bifariam in A. Ergo *c* F A pa-
c IV. 2. rallela eſt ipſi BN ordinatę ad axim & ideo angulus NAF rectus erit: eſtque FO parallela ipſi N A D.
d I. 15. Ergo *d* angulus alternus OFA rectus quoque erit.

Secundo in hyperbola, & ellipſi ducantur tangentes verticales AH, DG ſecantes tangentē BF in H, G: & iungantur HC, GE, GC. Quoniam ſuper GE *e* inſiſtunt duo angu-
e II. 20 li recti EDG, EFG. Ergo circulus diametro GE comprehendit quadrilaterum EFGD; & ideo duo *f* an-
f II. 14. guli DGE, DFG in eodem ſegmento exiſtentes æquales ſunt: eſtque

angu-

angulus *g* AEH oſtēſus æqualis angulo D G E. Ergo angulus D F E æqualis eſt angulo A E H. Rurſus quia *h* ſuper HE inſiſtunt duo anguli recti HAE, HFE. Ergo per quatuor puncta H, A, E, F, circuli peripheria tranſit; ideò *i* angulus HFA æqualis eſt angulo HEA in eodem ſegmento exiſtentibus; ſed eidem angulo HEA æqualis erat angulus DFE. Ergo duo anguli DFE, HFA æquales ſunt inter ſe; hijs autem addatur communis angulus AFE in ellipſi; & ab eodem tollantur ijdem æquales anguli in hyperbola. Ergo angulus A F D æqualis eſt angulo recto H F E, & ideo A F D rectus erit.

g *hu*.54
h II.2.
i II.14.

PROPOSITIO LVIII. *Tab.III. Fig.35. 36.* Recta linea GF, quæ à cētro E hyperboles & ellipſis ABD vſque ad tangentem B G ducitur æquidiſtans ipſi BC quæ à cōtactu B ad polum C extenditur æqualis eſt ſemiſſi axis AD.

Apoll. li4.50.

Ducantur rectæ AG, DG, EG, EB, & EH parallela ipſis FG, BC. Quoniam *a* duæ rectæ BH, CE ſecātur proportionaliter à tribus parallelis. Ergo ſicut EC ſecatur in F bifariam ita BH in G bifariam ſecabitur. Poſtea quia *b* anguli EBH, CBO æquales ſunt; & eſt *c* angulus externus CBO æqualis angulo EHB inter-

a IV.2.
b *hu*.56
I. 15.

interno in ellipſi, vel alterno in hyperbola paralellarum. Ergo anguli EBH, EHB æquales inter ſe ſunt, & recta E G ſecat baſim iſoſcelij B E H bifariam in G. Ergo E G perpendicularis eſt ad tangentem BH. Sed angulus rectus EGB æqua-
d *hu.*57 lis eſt *d* angulo AGD, axi inſiſtenti. Ergo angulus AGD rectus eſt. Et
e II.20 ideo *e* circulus diametro A D deſcriptus tranſit per G. Ideoque FG erit ſemidiameter æqualis ipſi F A, vel F D.

*Apoll. lib.*3. 51. 42. PROPOSITIO LIX. *Tab. III. Figur.*36.38. Si ab eodem puncto B peripheriæ hyperboles, & ellipſis ABD ad polos E, & C rectæ lineæ BE, BC iungantur: erit earũ differentia in hyperbola, & ſumma in ellipſi æqualis axi AD.

Ducatur cõtingens BO; & à centro F ducatur F H parallela ipſi BC, ſecans BE in H, & tangentem
a *hui. ex* 53. in G. Quoniam vt dictum eſt *a* E C ſecatur bifariam in centro F; & eſt FH parallela ipſi B C. Ergo *b* BE
b IV.2. & 4. ſecatur quoque bifariã in H; & HF ſemiſſis erit ipſius BC. Poſtea quia
c *hu.*56 *c* anguli OBB, GBE æquales ſunt; & propter parallelas *d* eſt angulus
d I. 15. HGB æqualis eidem O B C. Ergo anguli HGB, & HBG æquales ſunt: & ideo latera H G, H B æqualia erunt; eſtque HB ſemiſſis ipſius B E.

Ergo

Ergo duplum ipſius H G æquatur BE. Cumque in hyberbola punctum F cadat inter H,G,& in ellipſi extra G H. Ergo in hyperbola duplum ipſius HG æquatur duplo ipſiusFG vna cum duplo F H: At in ellipſi duplum ipſiusHG ęquatur duplo ipſius FG minus duplo ſegmenti FH; eſtque c duplum ipſius FG æquale axi AD, & duplum alterius F H oſtenſum eſt æquale ipſi BC. Ergo duplum ipſius HG, id eſt BE in hyperbola æquatur axi AD vna cum BC: at in ellipſi BE vna cum BC æquatur axi AD. Et propterea in hyperbola axis A D æqualis eſt differentiæ duarum EB & BC; at in ellipſi A D æqualis eſt aggregato duarum EB, BC. Quod erat &c. c *hu.58*

DEFINITIONES

XIX. Similes coni ſectiones lineares ſunt illæ quarum axium figuræ ſimiles interſe fuerint. Sunt vero parabolarum a figuræ qua-ta laterum rectorum: hyperbolarum vero, & ellipſium b figuræ ſunt par-gramma rec-la contenta à lateribus rectis, & tranſuerſis. a *huius def.15.* b *huius def.16.*

XX. Et æquales coni ſectiones lineares ſunt illæ quarum axium figuræ ſimiles æquales, & ſimiliter poſitæ fuerint.

XXI. Spatia à ſectionibus conicis

cis comprehenſa ſimilia interſe ſunt, quarum baſes cum diametris æquales angulos continent,& in eis ordinatim applicatæ numero pares ad diametrorũ abſciſſas ſunt in eiſdem rationibus, tum abſciſſæ ad latera recta.

PROPOSITIO LX. *Tab.III. Fig.* 38. Omnes parabolæ lineares vt ABC, & FGH ſunt inter ſe ſimiles; & in eis abſcindi poſſunt ſpatia ſimilia inter ſe.

a *hu.*38 In parabolis ABC, & FGH reperiantur *a* duo axes, vel duæ diametri BE,& GK æquè inclinatæ ad baſes AC, FH, earumque latera recta ſint DB, IG. Et quia parabolæ non habent latera tranſuerſa earum b *huius def.*15. figuræ *b* erunt qua-ta ex lateribus rectis axium, vel diametrorum c IV.*ex* 16. æquæ ad baſes inclinatarum, ſed quad-tæ *c* figuræ ſunt inrer ſe ſimiles. d *Def.* 19. Ergo omnes parabolæ lineares *d* ſimiles inter ſe ſunt.

Poſtea fiat DB ad BE, vt IG ad GK,& per E,K ducantur ordinatim e IV.1. applicatæ A C, FH. Et quia DB ad BE eſt vt IG ad GK erit *e* rec-f *hu.*23 lum DBE (ſeu *f* qua-tum ordinatæ AE ei æquale) ad qua-tum B E, vt rec-lum IGK,vel qua-tum FK ad g IV.18 qua-tum GK. Et ideo *g* recta AE ad EB erit vt FK ad KG, circa angulos æquales E & K. Id ipſum verum erit

erit in alijs quibuſcumque applicatis prop-naliter diametros diuidentes. Ergo ſpatia *b* ABC, & FGH ſimilia ſunt. Quod &c. *b huius def. 21.*

PROPOSITIO LXI. *Tab. III. Fig.* 39. 40. In hyperbolis & ellipſibus ABC, EDF, quarũ figuræ GAH & IDK ſimiles inter ſe fuerint exiſtentibus angulis ad L & M æqualibus; ſectiones lineares ſimiles erunt; & ſi diameter A L ad eius rectum latus A H fuerit vt diameter D M ad rectum latus D K: erunt ſpatia BAC, & EDF ſimilia.

Quia figuræ GAH, & IDK ſimiles ponuntur exiſtentibus angulis ad L, M æqualibus; ergo ſectiones lineares *a* ſimiles inter ſe ſunt. *a Def. 19.*

Poſtea quia ob ſimilitudinem figurarũ eſt GA ad AH vt ID ad DK, & inuertendo HA ad AL ponitur, vt KD ad DM; ergo ex æquali GA ad AL erit vt ID ad DM; & componendo in hyperbolis, & diuidendo in ellipſibus GL ad LA erit vt IM ad MD; quare *b* rec-lum GLA ad qua-tum L A erit vt rec-lum IMD ad qua-tum M D; ſed *c* quatum BL ad rec-lũ GLA, eſt vt quatum EM ad rec-lum IMD, nempe vt latera recta ad tranſuerſa prop-nalia in figuris ſimilibus G A H, IDK. Ergo ex æquali, qua-tum BL ad qua-tum LA erit vt qua-tũ EM *b IV. 1.* *c bn. 24*

 ad

d IV. 18. ad qua-tum MD; proindeque applicata *d* BL ad abſciſſam LA erit vt EM ad MD, & ſic reliquæ omnes in angulis æqualibus inclinatæ ad diametros eas prop-naliter abſcindentes. Igitur *e* ſpatia BAC, & EDF

e Def. 21. ſimilia ſunt inter ſe. Quod &c.

PROPOSITIO LXII. *Tab.III. Fig. ijſdem.* In coni ſectionibus ABC, EDF, quarum figuræ ſimiles, æquales & ſimiliter poſitæ fuerint: lineares ſectiones, & earum ſpatia ſibi mutuò cõgruentia abſcindi poſſunt.

Quia facta eadem conſtructione,

f IV.4. & ſectis AL, DM æqualibus *f* latera figurarum, diametri, & ordinatim applicatæ in angulis æqualibus ſunt inter ſe æquales ob ſimilitudinem & æqualitatem figurarũ, & reliquarum homologarum linearum. Ergo facta intellectuali apta ſuperpoſitione conicæ ſectiones lineares earumque ſpatia abſciſſa ABC, EDF ſibi mutuò congruent. Quod &c.

PROPOSITIO LXIII. *Tab. III. Fig. 41. 42.* Hyperbolæ, vel ellipſes EFG, & HIK genitæ quouis cono ABC à planis inter ſe par-lis: erunt inter ſe ſimiles.

Sit LF latus tranſuerſum, & FP latus rectum ſectionis EFG; pariterq; NI ſit tranſuerſum latus, & IR rectum ſectionis HIK; exiſtent tranſ-

uer-

uerſa latera in plano trian-li ABC per axim ducti, & ideo *a* LM, NO erunt par-læ, ob æquidiſtantiam planorum earundem ſectionum; quare in *b* tri-lis ſimilibus FBM, NBO vt FM ad MB ita eſt NO ad OB, & in tri-lis ſimilibus LMC, & IOC ſicut LM ad MC ita eſt IO ad OC; & ideo *c* rec-lum LMF ad rec-lum BMC, ſeu *d* ad qua-tum ME erit vt rec-lum NOI ad rec-lum BOC, ſeu ad quadratum OH; ſunt vero antecedentia rec-la ad qua-ta ordinatarum EM, HO vt *e* latera tranſuerſa ad recta. Ergo LF ad FP erit vt NI ad IR, & ſunt anguli inclinationum FME & IOH æquales (ob *f* æquidiſtantiam FM, IO, & EM, HO) igitur figuræ ſub lateribus tranſuerſis & rectis ſimiles inter ſe ſunt. Et ſecta SF ad FP vt eſt OI ad IR, & ducta ordinata TSV, erunt *g* ſpatia FTV, & IHK ſimilia inter ſe. Quod &c.

a VI 9.
b IV. 4.
c IV. 13
d *hu.* 24
e *eadem*
f VI. *ex* 9.
g *hu.* 61

F I N I S.

ARCHIMEDIS OPERA

Noua, & breui Methodo demonſtrata, & alicubi aucta.

A

IO: ALPHONSO BORELLIO.

ARCHIMEDIS
De Circuli dimenſione.

PROOEMIVM.

EXPLETA doctrina Elementaris Conicarum ſectionũ ingredere iam potes Lector campum ſpeculationum Archimedis, quarum tanta eſt prȩſtantia vt omnes inſignes Mathematici fateantur nihil præclarius ab humano ingenio reperiri potuiſſe. Et primo exponemus Libellum de Circuli Dimenſione, ſeu quadratura, quam à priſcis temporibus vſque ad noſtra tempora quam plurimi irrito conatu quæſierunt, qui doctrinæ Archimedis non acquieſcentes egregie allucinati ſunt. In hoc opere Archimedes primo demonſtrat quod Circulus æqualis eſt rec-gulo contento ab eiuſdem Circuli Semidiametro, & à recta linea æquali ſemiperipheriæ ipſius circuli. Poſtea quia pro-tio peripheriæ circuli ad eius diametrum numeris exprimi non poſſe videtur, docet Methodo ingenioſa quomodo numeris vero proximis talis menſura aſſequi poſſit.

PRO-

PROPOSITIONES.

PROPOSITIO I.

CIRCVLVS æqualis eſt triangulo rectangulo cuius baſis æqualis ſit peripheriæ circuli, altitudo vero æqualis radio eiuſdem.

Demonſtratio habetur lib. V. Eucblidis reſtituti Pr. 13.

PROPOSITIO II. *Tab. IV. Fig. 1.* Si trianguli rectanguli ABC angulus verticalis BAC acutus bifariam ſecetur à recta AG. Dico quod hypothenuſa BA cum perpendiculo AC habet ad baſim CB eandem rationem quam perp-lum CA ad ei conterminale baſis ſegmentum CG. a IV.3.

Quia ob bipartitionem verticalis anguli BAC eſt a BA ad AC, vt BG ad GC, ergo componendo BAC ad AC eſt vt BC ad CG & permutando BAC ad BC erit vt AC ad CG. Quod &c.

PROPOSITIO III. *Tab. IV. Fig. 2.* Tangens CD quadrageſimæ octauæ partis vnius anguli recti ad cen-

trum A circuli conſtituti ad eius radium AC eandem proximè proportionem habet quam 153 ad 4673 $\frac{1}{2}$

a II.19 Sit angulus CAB tertia pars vnius anguli recti ad centrum A conſtituti, & *a* fiat angulus OAC ſemiſſis ipſius BAC,& rurſus angulus PAC ſit ęqualis ſemiſſi anguli OAC,& tertio QAC ſit ſemiſſis anguli PAC, & quarto angulus DAC fiat ſemiſſis precedẽtis QAC; patet quod angulus OAC ſexta pars eſt vnius recti, angulus PAC duodecima recti, QAC vigeſima quarta, DAC quadrageſima octaua pars erit vnius anguli recti, cuius tangens erit CD. Dico iam quod qualium partium DC eſt 153 erit circuli radius CA pluſquam 4673 $\frac{1}{2}$ partes. Quia angulus BAC $\frac{1}{3}$ pars eſt vnius recti, erit *b* angulus B $\frac{2}{3}$ recti, & ideo $\frac{1}{3}$ duorum rectorum, nempe æqualis angulo trianguli æquilateri, cuius vnum latus erit AB, & eius *c* quadratum ſexquitertium erit quadrati perpendicularis AC, & *d* quadruplum quadrati B, C, & proinde AB dupla erit BC. Si igitur BC diuidatur in 153 partes erit BA 306 partes, & quadratum ex B. C erit 23409, eiuſque triplum 70227 erit quadratum Radij AC, & latus AC erit maior 265. qua propter BC ad duas BA, AC erit vt 153 ad 571, ſeu *e* vt OC ad CA. Igitur ſi OC diuiſa fuerit

b I.ex 18.

c V.30.

d IV.17

e hui.2

rit 153 partes erit AC earundem partium pluſquam 571. cuius quadratum 326041. cumque *f* quadratis OC, AC æquale ſit quadratum hypothenuſæ AO erit eius quadratum pluſquam 349450 cuius radix 591 $\frac{1}{8}$. *f V. 18.*

Dantur ergo denuo in triangulo rectangulo AOC tria latera igitur *g* vt OC 153 ad duas CA & AO æquales 1162 $\frac{1}{8}$ ita eſt PC ad CA; quare ſi CP diuiſa fuerit in 153 partes erit earumdem CA 1162 $\frac{1}{8}$ cuius quadratum 1350534 $\frac{1}{2}$ ſed quadratis *h* PC, CA æquale eſt quadratum PA; ergo quadratum PA erit 1373943 $\frac{1}{2}$ eiuſque radix AP 1172 $\frac{1}{2}$ *g hui. 2.* *h V. 18.*

Dantur igitur tertio in triangulo POC rectangulo tria latera, & ideo *i* vt PC 153 ad duas PC, CA æquales 2334 $\frac{1}{4}$ ita erit QC ad CA, proindeque ſi QC diuidatur in 153 partes erit earumdem CA 2334 $\frac{1}{4}$ cuius quadratum 5448723 $\frac{1}{16}$ ſed quadratis QC, CA æquale eſt quadratũ QA. ergo quadratum QA erit 5472132 eiuſque radix QA 2339 $\frac{1}{4}$ *i hui. 2.*

Tandem in triangulo QAC rectangulo dantur tria latera, & ideo vt QC 153 ad duas QC, CA æquales 4673 $\frac{9}{20}$ ita erit DC, ad CA, ideo ſi CD diuiſa fuerit in 153 partes erit earumdem CA 4673 $\frac{9}{20}$ partes. vnde patet propoſitum.

PROPOSITIO IV. *Tab. IV. Fig.* 3. Radius AC circuli ad ſinum CE quadrageſimæ octauæ partis vnius anguli recti eandem ferè proportionem habet quam 4673 $\frac{1}{2}$ ad 152 $\frac{4}{4}\frac{2}{6}\frac{9}{7}\frac{3}{6}$.

a hui.3 Quia qualium *a* AC oſtenſa eſt 4673 $\frac{1}{2}$, eius quadratum erit 21841602 : erat autem tangens CD 153, & eius

b V.18. quadratum 23409, ergo eorum *b* ſumma æquatur quadrato AD 2186-5011, cuius latus AD erit 4676.

Poſtea in triangulis ſimilibus AD

c IV.4. C, & ACE vt *c* eſt AD 4676 ad CD 153 ita erit AC 4673 $\frac{1}{2}$ ad CE 152 $\frac{4}{4}\frac{2}{6}\frac{9}{7}\frac{4}{6}$.

PROPOSITIO V. *Fig. eadem.* Circuli tota peripheria tripla eſt diametri, & aduc ſuperat partem quapiam, quæ minor eſt ſeptima diametri, maior vero decem ſeptuageſimis primis.

Quia angulus CAO vna quadra-

a V.11. geſima octaua pars eſt recti, *a* erit arcus CO $\frac{1}{4}$ 8 quadrantis circuli, ergo idem arcus centies nonageſies & bis ſumptus efficiet integram circuli peripheriam, & quia binæ quæque tangentes CD latus vnum polygoni circumſcripti complent; ergo tanges CD quæ fuit 153 partes multiplicata per 192 efficiet perimetrum circulo circumſcripti polygoni 96 laterum; qui erit partium 29376.

29376. Similiter ſinus CE qui fuit partes 152 $\frac{4}{4}\frac{2}{6}\frac{9}{7}\frac{4}{6}$ earundem, multiplicata per 192 efficiet perimetrum circulo inſcripti polygoni 96 laterum, qui erit partium 29360 $\frac{1}{4}\frac{4}{6}\frac{7}{7}\frac{2}{6}$: erat autem earundem, partium circuli radius AC 4673 $\frac{1}{2}$ ergo eius duplum 9347 erit diameter.

Oſtendendum eſt modo quod circuli peripheria æqualis eſt triplo diametri circuli, & inſuper, quadam parte quæ minor eſt ſeptima, & maior $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ eiuſdem diametri.

Quia perimeter polygoni circumſcripti æqualis eſt 29376 ſi ab eo auferatur triplum diametri nempe 28041 reſtant 1335, quæ minus ſunt vna parte ſeptima diametri AC, quę fuit 9347, eo quod $\frac{1}{7}$ eius eſt 1335 $\frac{2}{7}$.

Similiter quia à perimetro inſcripti polygoni 29360 $\frac{1}{4}\frac{4}{6}\frac{7}{7}\frac{2}{6}$ ablato triplo diametri nempe 28041 reſtant partes 1319 $\frac{1}{4}\frac{4}{6}\frac{7}{7}\frac{2}{6}$ quæ magis ſunt quam $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ diametri; eo quod $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ ipſius diametri 9347 ſunt 1316, & $\frac{3}{7}\frac{4}{1}$. Verum circuli peripheria minor eſt perimetro polygoni circumſcripti, & maior perimetro inſcripti. ergo circumferentia circuli tripla eſt diametri eius, & adhuc ſuperat parte quapiam, quæ minor eſt ſeptima, & maior $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ diametri eiuſdem circuli.

ARCHIMEDIS
DE
QVADRATVRA PARABOLÆ

INuentum pulcherrimum & ingenioſiſſimum de quadratura Parabolæ primus mortalium Archimedes duplici via tradidit vt in Epiſtola ad Doſitheum ait. Poſteriores multis modis idipſum demonſtrarunt. nos vero vnico modo facili & breui preſtitimus, methodo affini indiuiſibilium Caualerij ſed geometricè demonſtrata.

DEFINITIONES.

I. Voco figuram planam vel ſolidam *in apicem*, vel in *aciem deficientem*, eam in qua linearum rectarum vel planarum ſuperficierum interceptarum baſi equidiſtantium quælibet baſi propinquior remotiore ſemper maior eſt *Tab. IV. Fig.* 4.

Vt in figura ABC quarumlibet equidiſtantium interceptarum ad baſim BC, ſi ſemper ei propinquior LK maior fuerit remotiore IH, vocabo figuram ABC in Apicem deficientem.

Etſi

Et ſi in duabus figuris homogeneis æquè altis, quarumlibet rectarum vel planarum ſuperficierum baſibus æquidiſtantium, & ab eis æquè remotarum portiones interceptæ eãdem proportionem habuerint quam baſes. Vocentur *figuræ proportionaliter analogæ tab. IV. fig. 5. 6.* II.

Vt in æquè altis figuris BAC, EDF ſectionum æquidiſtantium, & æquè diſſitarum interceptarum à baſibus vbicumque ductarum, ſi ſemper LG ad RM fuerit vt baſis BC ad baſim EF vocentur figuræ BAC & EDF. *Proportionaliter analogæ.*

Si parallelogrammum & trilineum ſuper eadem baſi conſtituta. III. Pariterque figura columnaris, & incluſum ſolidum in apicem deficiens communi baſi, fuerint omnes æquè altæ & ſemper baſes ad rectas lineas, vel ad plana intercepta baſibus parallela, & ab eis æquè remota habuerint eandem proportionem; dicentur paral-mum & columnaris *propter analoga* ſuis incluſis figuris *tab. IV. fig. 7. 8.*

Vt in æque altis par-mo AC & acuminata plana figura BDC, pariterque in priſmate vel columnari figura a d x c b; & acuminato ſolido bdxc ſi interceptarum ſectionum æquidiſtantium, & æquè à communibus baſibus diſſitarum vbicumque ductarum ſemper DC ad IG eandem

dem proportionem habuerit quam d x c ad i h g, vocentur par-mum, & columnaris figura *prop-liter analoga* ſuis incluſis figuris acuminatis.

IV. Portio cuiuſlibet figuræ planæ vel ſolidæ in apicem deficientis comprehenſa à planis vel rectis baſi parallelis. Vocetur *fruſtum* figuræ illius.

PROPOSITIO I. *Tab. IV. Fig. 9*

Cuilibet figuræ planæ vel ſolidæ BAC in apicem, vel aciem A deficientis, adſcribi poſſunt duæ figuræ gradatæ ex æquè altis par-mis in planis figuris; & ex priſmatis vel cylindris compoſitæ in ſolidis; ita vt differentia figuræ circumſcriptæ ab inſcripta minor ſit quacumque propoſita magnitudine.

Deſcribatur paral-mum, vel columnaris figura DBCE comprehendens figuram BAC, cadent latera, vel illius ſuperficies DB, EC extra
a *def. 1.* figuram BAC, quia *a* hæc continenter extenuatur quo magis à communi baſi BC recedit. Itaque hoc ſpatio columnari vel par-mo continenter bipartito, & ductis rectis lineis, vel planis paral-lis baſibus BC, DE ſecantibus latera EC bifariam in D, & poſtea in e, & ſic ſucceſſiuè; erit tandem poſtremum *b*
b 11.27 reſiduum BCeX minus quacumque propoſita magnitudine; & diuidatur

Ee in partes æquales poſtremæ C e, & per diuiſiones ducantur rectæ, vel plana æquidiſtantia baſibus BC, DE, & ab interceptarum terminis G,F, I,H &c. eleuentur latera vel ſuperficies paral-læ ipſis BD, CE terminatæ ad proximas ſectiones. erunt *c* binæ quæque figuræ GN, GS par-mæ, vel columnares æquales inter ſe (cum ſint æquè altæ & ſuper eadem baſi GF conſtitutæ) quarum GN circumſcripta maior eſt fruſto ſupremo GAF, & GS inſcripta minor eſt fruſto GIHF; pariterque figura IP circumſcriptæ, & ideo maior fruſto IGFH erit æqualis figuræ IV inſcriptæ, & ideo deficientis à fruſto ILKH; & ſic reliquæ omnes. quare omnes figuræ par-mæ, vel columnares inſcriptæ ſimul ſumptæ æquales ſunt omnibus circumſcriptis abſque infima XC. qua propter vniuerſa figura gradrata circumſcripta ſuperat ſibi homogeneam figuram gradratam inſcriptam exceſſu ſpatij XC, quod cum ſit minus quocumque propoſito ſpatio, factum erit quod quærebatur. c IV. 1. VI. 28. 29.

PROPOSITIO II. *Tab. IV. Fig.* 10. Quælibet figuræ homogeneæ A BC, & DEF, ſcilicet ambæ planæ vel ambæ ſolidæ, æquè altæ in apicem deficientes, proportionaliter

Ana-

Analogæ; ſunt inter ſe vt baſes BC ad EF.

a *hu.* 1. Adſcribantur *a* figuræ ABC duæ figuræ gradatæ ex par-mis, vel columnaribus figuris æquè altis compoſitæ, ita vt earum differentia minor ſit qualibet data: & diuiſo axe alterius figuræ DEF in partes æquè multas, ac diuiſa fuit altitudo figuræ ABC, erunt ſingulæ partes inter ſe, & correlatiuis altitudinibus æquales; per quas adſcribantur figuræ DEF duæ aliæ figuræ gradatæ, quæ ſimiles erunt adſcriptis figuræ ABC.

b *def.* 2. Quia vero figuræ ABC, DEF *b* ſunt prop-ter analogæ erit baſis BX C ad baſim LG vt baſis EZF ad æquè ab ea remotam RM, & *c* ita figura par-ma, vel *d* columnaris C H ad æquè altam figuram G K, ſicuti eſt figura E M ad figuram M P: ergo permutando, vt baſis B X C ad baſim E Z F ita eſt figura CH ad FN, & figura GK ad MP. eadem ratione ſingulæ figuræ par-mæ vel columnares adſcriptæ ipſi ABC ad ſingulas figuras adſcriptas figuræ DEF ſunt vt baſis BC ad EF (comparando æquè remotas à baſibus relatiuas ſuis correlatiuis) igitur tam figuræ gradatæ circumſcriptæ homogeneæ interſe, quam inſcriptæ eandem prop-nem habent; quam Baſis BXC ad EZF. Qua-

c *IV.* 1.
d *VI.* 28
29.

pro-

propter erunt duæ magnitudines homogeneæ ABC, & DEF, & prop-tio data baſis BXC ad baſim EZF, & duæ aliæ ſcilicet circumſcriptæ figuræ gradatæ ſunt proportionales baſibus, & vna maiores illis exceſſu à prima minori quolibet, dato; pariterque duæ gradatæ inſcriptæ prop-nales baſibus ſiint vna minores eiſdem defectu à prima minori quolibet dato. igitur *e* figura ABC ad ei homogeneam figuram DEF eandem rationem habet quam baſis BXC ad baſim ſibi homogeneam EZF quod erat &c. e *III.* 24.

Corollarium. Hinc colligitur quod in eiſdem figuris quælibet portiones aut fruſta æquè alta, & æquè remota à baſibus compræhenſa à ſectionibus baſi parallelis ſunt inter ſe vt baſes & vt integræ figuræ. eo quod tales portiones aut fruſta ſunt quoque figuræ homogeneæ proportionaliter analogæ.

PROPOSITIO III. *Tab. IV. Fig.* 11. Si trilineum BCDI, & ſolidum b c x d in apices B & b deficientia contineantur à paral-mo A CB, & ſolido columnari a x b ſuper eiſdem baſibus DC, d c x & in eiſdem altitudinibus CB, c b ſintquè prop-liter analoga; erit tril-neum BCD ad para-mum AC vt ſoli-

ſolidum acuminatum b c x d ad comprahendentem columnarem ſiguram a x b.

Adſcribantur a trilineo BDC duę figuræ gradatæ ex par-grammis æquè altis compoſitæ, ita vt differentia circunſcriptæ VSQFCB ab inſcripta OLICK minor ſit qualibet data; & ſolido acuminato b d x c adſcribantur duæ aliæ figuræ gradatæ ex totidem æque altis columnaribus figuris quot in adſcriptis trilineo continebantur; & extenſis baſibus intermedijs diuidatur par-mum AC in totidem par-ma AK, NE, MG, FC æquè alta in quot columnas æquè altas a k, n e, m g, f c diuiditur columna c a x. Et quia par-mum AC ad trilineum BDC, atque columnaris figura c a x ad ſolidum acuminatum bd x c *b* ſunt prop-liter analogæ, & ſectiones IG & i g h ſunt æque remotæ à baſibus (cum CG; & c g æque metiantur æquales altitudines BC, & b c) ergo vt DC ad IG ita eſt baſis d x c ad i h g, & inuertendo IG ad DC eſt vt i h g ad d x c, & *c* in eadem ratione erit par-mum GQ ad par-mum CF quã habet columna g q h ad c b x ob æquales altitudines. Similiter par-mum E S ad idem paralellogrammum CF erit vt columnaris figura e s ad c f x, & ſic reliqua omnia,

a *hui*. 1.
b *def*. 3
c *VI*. 28
29. IV.
1.

qua-

quare *d* vniuerſa figura gradata cir- d *III.*
cunſcripta trilineo BDC ad par-mũ 22.
CF erit vt integra figura gradata
circũſcripta ſolido acuminato bdxc
ad columnarem figuram c f x, ſuntque par-mum CF ipſius par-mi C
A, atque columna c f x ipſius columnæ c a x eadem pars. igitur *e* e *III.*
gradata figura circumſcripta tri-li- 19.
neo BDC ad parallelogramum CA
ſe habet vt figura gradata circumſcripta ſolido acuminato b d x c ad
columnam c a x. ſimili modo figura
gradata inſcripta trilineo BDC ad
par-mum CA erit vt figura gradata
inſcripta ſolido acuminato b d x c
ad columnam c a x. Quapropter
ſunt quatuor quantitates prima eſt
trilineum BIDC, ſecunda par-mum
AC, tertia ſolidum acuminatum
b d x c, quarta columna c a x; &
duæ aliæ ſcilicet figuræ adſcriptæ
proportionales conſequentibus ſunt
vna maiores vel vna minores antecedentibus exceſſu, vel defectu a
prima minori quolibet dato. igitur
f prima trilineum BDC ad ſecun- f *III.*24
dam par-mum CA eſt vt tertia ſolidum acuminatum b d x c ad quartam
columnam c a x quod &c.

PROPOSITIO IV. *Tab. IV. Fig. 12.* Parabola quælibet BAIC
ſexquitertia eſt trianguli BAC eandem

dem baſim BC, & eandem altitudinem AD, ac illa habentis.

Compleatur par-mum KBCE, ducaturque vtcumque HG par-la diametro DA, ſiue CE, quæ ſecet parabolam in I, & lineam AC in H, & ex I ducatur ordinatim applicata IL, quæ efficiet par-mum LG. Quia *a* abſciſſa DA ad abſciſ-
a *con.* 21 ſam AL, ſeu *b* ob par-ma CE ad G
b *I.* 26. I, ſe habet vt qua-tum DC ad quatum LI, ſeu vt ei æqualis in par-mis quadrati AE ad AG, vel ob ſimili-
c *IV.* 4. tudinem *c* triangulorum vt qua-tum CE ad qua-tum HG. ergo vt recta CE ad IG, ita eſt quadratum CE ad qua-tum HG; & hoc ſequitur vbicumque ducatur intercepta recta linea HIG par-la baſi CE. Conſiderentur iam quatuor figuræ æquè altæ ſuper eiſdem baſibus conſtitutæ; prima eſt trilineum AICE, ſecunda par-mum DE, tertia eſt pyramis vertice A, & baſi quadrato ipſius CE, & quarta eſt priſma DAEC ſuper eadem baſi quadrati ex C
d *def.* 3. E; ſuntque tales figuræ *d* prop-liter analogæ, quia ſemper recta CE ad IG intercepta in trilineo eſt vt quadratum baſis CE ad qua-tum ipſius HG interceptæ in pyramidæ & æquè
e *uni.* 3. à baſe remotæ. Igitur *e* trilineum AICE ad parallelogramum DE eſt vt pyramis AHCE ad priſma ADC

E; eſt-

E; eſtque *f* pyramis AHCE tertia pars priſmatis ADCE eam continentis. ergo qualium partium trilineū AICE eſt 2 partes erit parallelogramum DE ſex: & proinde ſemiparabola AICD erit 4 partes, & triangulum ADC erit partes 3, cum *g* ſit ſemiſſis par-mi DE; & in eadem proportione erit duplum ad duplum nempe parabola BAC erit ſexquitertia trianguli BAC quod &c.

f *VI*.28

g *I*.26.

ARCHIMEDIS

DE

SPHÆRA ET CYLINDRO.

OPeris de ſphæra & cylindro vt encomium paucis complectar ſufficit dixiſſe, quod Phœnix ingeniorum Archimedes iuſſerit ſepulcro eius apponi columnam habentem globum ſuperimpoſitum, vt viatoribus & poſteris ſe tam præclari inuenti authorem extitiſſe in memoriam reduceret. ex tali columna Cicero ſepulcrum Archimedis agnouit ſiracuſis. Præcipuas huius operis propoſitiones conatus ſum demonſtrare diuerſa via, & breuiori.

DEFINITIO.

Si ſemicirculo, vel ſegmento minori adſcribantur duo polygona regularia inter ſe ſimilia à quaternario menſurata, & reuoluatur vniuerſa figura circa axim; deſcripta erunt duo ſolida compoſita ex conis, & fruſtris conicis, vnum ſphæræ circircumſcriptũ alterũ inſcriptũ. horum vnũ quodque vocetur figura ſolida *ſphæralis*.

PROPOSITIO I. *Tab. IV. Fig.* 13. Si triangulum ABC, par-mum ABGF, & fruſtum infimum trianguli ABHD, cuius oppoſita latera AD, BH ſint par-la habuerint eandem, vel equales altitudines AB, & rectæ IK par-læ baſibus ſint inter ſe æquales & ſecent bifariam altitudines ſeu latera AB, DH, AC. Dico ſpatia FB, DB, & ABC æqualia eſſe.

a I. 15. b IV. 4. Quia rectæ *a* ADF & BHC parallelæ ſunt interſe, ergo *b* triangula AKF, & CKG ſimilia ſunt, & inter ſe æqualia, ob æqualitatem homologorum laterum FK, & KG; addito communiter trapetio AKGB erit tri-lum ABC æquale par-mo BF. Simili modo tri-la FKD, & GKH æqualia ſunt inter ſe, & addito communi trapetio ADKGB erit fru-

fruſtum ADHB æquale eidem parmo BF; & proinde tri-lum quoque æquale erit fruſto ADHB. vocetur recta IK *baſis intermedia*.

PROPOSITIO II. *Tab. IV. Fig.* 14. 15. In figuris ABC, & DEFG ſi tam altitudines AB, & DE inter ſe, quam intermediæ baſes HI, KL inequales fuerint; habebũt binæ figuræ quæq; inter ſe comparatæ eandẽ proportionem quam rect-lum AB in HI ad DE in KL ſub altitudinibus, & ſub intermedijs baſibus earum comprehenſa.

Per I & L ductis MN, & OP parallelis ipſis AB, DE compleantur par-ma BM, EO; & quia *a* par-ma BM, EO compoſitam pro-nem habent ex rationibus baſium, & altitudinum, erunt inter ſe vt rect-lum ex AB in HI ad rec-lum ſub DE in KL; & eſt *b* tri-lum ABC æquale par-mo BM, atq; fruſtum vel parmum DEFG æquale par-mo EO, ergo triangulum ABC ad fruſtum vel par-mum DEFG erit vt rectangulum ex AB in HI ad rectangulum ex DE in KL quod &c.

a *IV.*13

b *hui.* 1

PROPOSITIO III. *Tab. IV. Fig.* 16. 17. 18. 19. Poligonum regulare MNOQ cuius laterum multitudo ſit par ad ſuperficiem priſmatis abſque baſibus, aut pyramidis, vel fruſti eius AGKLD, quorum baſes GKL

ſimi-

ſimiles ſint polygono MNO, eandem proportionem habet quam quadratum radij PZ polygoni ad rec-lum ſub altitudine AH ſuperficiei ſolidi in latitudinem BD baſis eius intermediæ CFD diuidentis bifariam omnia latera ſolidi.

Fiat figura RSTV concentrica, & proinde ſimilis ipſis MNOQ, & CFID cuius perimeter ſecet omnes radios vt PZ bifariam in X, & compleantur triangula PMN, PNO &c. Quia in duabus figuris planis PMN, & AGK rectæ lineæ RS & CF par-læ baſibus ſecant bifariam altitudines PZ, AH, ergo *a* figura PMN ad AGK eſt vt rect-lum PZ in RS ad rectangulum AH in CF; ſuntque *b* RS & CF latera homologa ſimilium polygonorum, igitur RS ad CF erit vt cathetus XV ad cathetum BD; & ideo vt rectangulum PZ in XV vel in ZP ei æqualem, ſeu vt quadratum ZP ad rectangulum AH in BD ita *c* erit triangulum PMN ad figuram AGK; ſuntque ſuperficies integræ polygoni, & cuiuſlibet ſolidorum æque multiplices earundem figurarum PMN & AGK (ob ſimilitudinem earum) ergo polygonum MNOQ ad ſuperficiem totam AGKLD cuiuſlibet ex dictis ſolidis, eſt vt quadratum radij PZ ad rectangulum ſub altitudine AH in BD latitudinem baſis intermediæ eiuſ-

a hui. 2

b V. ex 3.

c hui. 2.

eiuſdem ſolidi quod erat, &c.

PROPOSITIO IV. *Tab. IV. Fig.* 20. 22. Adſcribere duo priſmata in cylindro, duas pyramides in cono, & duo fruſta pyramidalia in coni fruſto ASTM, quorum axes XY, baſes circuli STM, ita vt ſuperficies circumſcripta ad inſcriptam eandem proportionem habeat quam Polygonum CFD circumſcriptum circulo PBNID baſis intermediæ ad polygonum PNZ eidem inſcriptum biſſecantia altitudines ſuperficierum adſcriptarum figurarum.

Circulo baſis SHTM *a* circumſcribantur figuræ ſimiles circumſcriptis circulo PBND intermediæ ſectionis, quorum omnia latera homologa parallela ſint inter ſe, vt ſunt GK, CF: per quæ *b* ducantur plana contingentia ſolida rotunda, quæ in cylindro erunt par-grammata, in cono erunt tri-gula, in fruſto coni erunt trapetia; & erunt ſimilia, & tot numero quot ſunt latera circumſcripti polygoni, & omnia component ſuperficiem priſmatis circa cylindrum, ſuperficiem pyramidis circa Conum, & fruſti pyramidis circa coni fruſtum, cum in lateribus omnibus GCA, KFA coniungentibus angulos æquales ſimiliter poſitos, ſe mutuo ſecent plana figurarum compræhendentium

a V. ex 4

b *conic.* 11.

 ſoli-

ſolida ipſa. Poſtea per omnia latera baſi intermediæ inſcripta, quorum vnum eſt PN extendantur plana parallela planis circumſcriptis; pari modo ex eis fient ſuperficies priſmatis, pyramidis, & fruſti pyramidalis inſcriptæ eiſdem rotundis figuris; & à centro E intermediæ baſis ad omnes angulos circumſcriptarum figurarum coniungantur rectæ EA, EB, EH, EG, EK &c. quæ ſecent rectas in planis inſcriptis deſignatas in punctis Q, O, R, S &c. Et quia in vno triangulo EAH eſt QR *c* parallela baſi AH, cum ſint communes ſectiones planorum æquidiſtantium factæ à plano EAH; ergo *d* AH ad QR eſt vt BE ad OE, ſeu vt CF ad PN, ob ſimilitudinem triangulorum, & ſic in omnibus reliquis. quare *e* rectangulum AH in CF ad ei ſimile rectangulum QR in PN erit vt triangulum CFE ad ei ſimile triangulum PNE. ſuntque ſuperficies integræ ſolidorum adſcriptorum figuris rotundis, & polygona adſcripta circulis baſium intermediarum æque multiplicia figurarũ ſimiliũ AGK, QST, CEF, & PEN. igitur ſuperficies circumſcripta cuilibet ex ſolidis rotundis ad inſcriptam ei ſimilem eandem proportionem habet, quam circunſcriptum polygonum baſi intermediæ circulari ad polygonum eidem inſcriptum. quod erat faciendum.

c VI. 9

d IV. 4.

e IV. ex 15. 17.

Corollarium. Manifeſtum eſt figuram inſcriptam cylindro, cono, & eius fruſto quæ ſimilis ſit circumſcriptæ minorem eſſe ſuperficie rotunda ſolidi.

Quia altitudo eius QR minor eſt altitudine ſolidi rotundi AH; & præterea ab eadem rotunda ſuperficie compræhenditur.

PROPOSITIO V. *Tab. IV. Fig.* 20. 21. 22. Quilibet circulus p b n i d ad ſuperficiem curuam cuiuſlibet cylindri, coni aut fruſti conici AS TL eſt vt quad-tum ex a b radio illius ad rectangulum ſub altitudine AH ſuperficiei rotundæ in diametrum BD circuli baſis intermediæ cuiuſlibet ſolidorum.

Adſcribantur *a* circulo p b i d duo polygona regularia inter ſe ſimilia c f d, & p n i, quorum differentia minor ſit quacumque magnitudine data; & in ſolidis *b* adſcribantur priſmata, pyramides, aut eorum fruſta ſimilia inter ſe, quorum baſes intermediæ CFD, & PNI ſimiles ſint polygonis adſcriptis circulo p n i, erit *c* polygonum c f d circumſcriptum circulo ad circumſcriptam figuram AGHKD ſolidum ambientem vt quadratum radij circuli b a ad rectangulum ſub AH in BD: pariterque polygonum p n i

a *V. 9.*

b *hui. 4.*

c *hui. 3.*

circulo inſcriptum ad figuram QS TL ſolido inſcriptam ſe habet vt quadratum o a ad rectangulum QR in OD, ſeu vt quadratum b a ad rect-gulum AH in BD. ſunt igitur duæ magnitudines prima ſuperficies circuli p b n i d, ſecunda ſuperficies rotunda ASHTD, & proportio data quadrati b a ad rectangulum AH in BD, & duæ aliæ figuræ circumſcriptæ eandem datam rationem habentes ſunt vna maiores prima p b n i, & ſecunda ASHT exceſſu ſupra primam minori quocumque dato; & duæ figuræ inſcriptæ eandem datam rationem habentes ſunt vna minores prima & ſecunda defectu à prima minori quolibet dato. Igitur *d* prima area circuli p b n i ad ſecundam ſolidi ſuperficiem rotundam ASHTD eandem proportionem habet, quam quadratum circuli radij, a b, ad rectangulum AH in BD quod erat &c.

d *III. ex* 24.

Corollarium I. Ex hac propoſitione deducitur quod ſi circuli radius b a fuerit medius proportionalis inter ſolidi rotundi latus AH, & diametrum intermediæ baſis BD erit circulus b n d p æqualis ſuperficiei curuæ eiuſdem ſolidi.

Quia quadratum b a æquale erit rectangulo AH in BD, & ideo eandem æqualitatis rationem habebit

cir-

circulus b n d p ad ſuperficiem curuam eiuſdem ſolidi.

Corollarium II. Et circulus baſis cylindri ad eius curuam ſuperficiem erit vt quad-tum radij baſis ad rectlum ſub latere, & eodem diametro contentum. quia in cylindro infima baſis æqualis eſt baſi intermediæ.

Corollarium III. Et circulus baſis coni ad eius curuam ſuperficiem eſt vt radius circuli baſis ad latus coni.

Quia circulus baſis coni ad eius curuam ſuperficiem eſt vt qua-tum radij HY baſis coni ſeu BD ei æqualis diametri baſis intermediæ ad rectangulum AH in eandem BD & ideo erit vt HY ad HA.

PROPOSITIO VI. *Tab. IV. Fig.* 23, 24. Si ſuperficies coni, vel fruſti conici HGFE tetigerit conuexam ſpheræ ACVD ſuperficiem in K, I periphæria intermediæ baſis illius KI. Dico quod ſuperficies illa curua HGFE æqualis erit ſuperficiei circuli, cuius radius X medius prop-lis eſt inter ſphæræ diametrum AV, & altitudinem FT coni vel fruſti.

In Circulo ACD per axim ſphæræ AV ducto extendatur diameter IRP, & RK; & compleatur paral-

lelogramum rect-lum HOFT.
a I. 15. Quia angulus *a* OGK æqualis eſt alterno GKI ob par-las OGF & KI, & GKI continetur à tangente GK &
b II.24 ſecante IK. ergo *b* angulus R in alterno ſegmento contentus æqualis eſt ei, & angulo OGK: ſuntque duo anguli O & IKR recti. Igitur
c IV.4. *c* in triangulis ſimilibus OGH, KRI eſt RI ad IK, vt GH ad HO qnare
d IV.14 cor. 1. *d* rectangulum ſub extremis contentum RI ſeu VA, & OH ſeu FT æquale erit rectangulo contento ab intermedijs GH, & KI; eſtque quadratum X æquale rectangulo VA in FT. ergo eidem quadrato X æquale eſt rec-lum ſub GH & IK, &
e hui.5. cor. 1. propterea *e* ſuperficies curua FEH G æqualis erit circulo ex radio X deſcripto quod &c.

PROPOSITIO VII. *Tab. IV. Fig.* 25. Superficies ſolidi ſpæralis EFGHI circumſcripti hemiſphærio, vel ſegmento minori BAC à quaternario menſurato, æqualis eſt circulo, cuius radius X medius proportionalis eſt inter diametrum ſphæræ BC & altitudinem GD ſolidi ſpæralis.

Ductis planis FH & EI erectis ad
a IV.10 axim DA fiat *a* Z media pro-lis in
b IV.14 cor. 2. ter BC & GL, & ideo *b* qua-tum Z erit æquale rectangulo ſub BC &
c eiſdē GL contento. pariter *c* fiat y cuius

que-

qua-tum æquale ſit rec-lo ſub BC, & DL compræhenſo, & ſic vlterius. Et quia ex præcedenti, ſuperſicies coni FGH æqualis eſt circulo radij Z, & ſuperficies curua fruſti conici EFHI æqualis eſt circulo radij Y, & ſic reliqui ſi plures extiterint. Ergo tota ſuperficies EFGHI ſolidi ſphæralis eſt æqualis circulis à radijs Z, Y deſcriptis ſimul ſumptis. eſtque *d* rec-lum ſub BC & DG (ſeu qua-tum X mediæ prop-iis inter illas) ęquale rec-lis BC, GL & BC DL ſimul ſumptis, ob communem altitudinem BC. Ergo quadratum X æquale eſt qua-tis Z & Y ſimul ſumptis; ſuntque *e* circuli ex ijſdem radijs deſcripti in eadem ratione quam habent qua-ta earumdem. Igitur circulus radij X æqualis erit circulis ex radijs Z & Y deſcriptis ſimul ſumptis. quare integra ſuperficies ſolidi ſphæralis EFGHI æqualis erit circulo ex radio X deſcripto vt erat propoſitum.

d IV. 1. *schol.*

e V. 12

PROPOSITIO VIII. *Tab. IV. Fig.* 26. Superficies ſolidi ſphæralis EFGHI hemiſphęrio, vel minori portioni BAC circũſcriptæ à quaternario menſuratæ maior eſt circulo, cuius radius ſit recta AB à polo A ad B terminũ baſis BC ducta; ſuperficies vero BKALC inſcripti ſphæralis ſimilis illi minor eſt eodem circulo ex radio AB.

In plano circuli maximi BAC cõiungãtur radij DB,DC ſecantes tãgentes in E,I;& polygono BKALC *a* inſcribatur circulus PRQ, cuius diameter PQ. patet quod ex reuolutione figuræ fiet ſphæra cui circumſcriptum erit ſolidum ſphærale BK ALC: & ſit *b* quadratum AX æquale rec-lo AN in GO, & quadratum AZ æquale ſit rect-lo PQ in AM. Et quia EO, BM ſunt parallelæ erit *c* EB ad OM vt BD ad MD, & permutando ſicut BD maior eſt quam MD, ſic quoque EB,ſeu ei æqualis GA maior erit quam MO, & addita communi AO, erit GO maior quam AM; & ſumpta communi altitudine AN erit *d* rectangulum AN in GO, ſeu ex conſtructione quadratum AX maius rect-lo NAM, ſeu, ei æquali qua-to AB. eſt *e* vero ſuperficies ſphæralis EFGHI æqualis circulo radij AX; quia fuit rec-lum NA in GO æquale qua-to AX. ergo ſuperficies ſphæralis circumſcripta maior eſt circulo radij AB.

a V.6.

b IV.ex 14.cor.2

c IV.3.

d IV.1.

e hui.7.

Poſtea quia ſuperficies ſpheralis BKALC circumſcripta eſt ſpheræ PRQ, & *f* rec-lum PQ in AM, ſeu quadratum AZ minus eſt rec-lo NAM, ſeu ei æquali quadrato AB; eſtque ſuperficies ſphæralis BKALC æqualis circulo radij AZ. ergo ſuperficies ſphæralis BKALC minor eſt circulo radij AB; quod erat &c.

f ex eisdem

Corol-

Corollar. Hinc deducitur quod ſuperficies ſolidi ſpheralis EGI ad ſuperficiem ſphæralem BAC eſt vt polygonum EGI ad ei ſimile polygonum BAC.

Quia ob ſimilitudinem figurarum, & circulorum inſcriptorum vt rectangulum NA in GO ad rectangulum QP in AM, ſeu *g* vt ſuperficies ſphæralis EGI ad ſuperficiem ſphæralem BAC, ita eſt polygonum EGI ad polygonum BAC. g *hui.7.*

PROPOSITIO IX. *Tab. IV. Fig.* 26. Hemiſphærio aut minori portioni BAC adſcribere duo ſolida ſphæralia, quorum curuæ ſuperficies, vel ſolida ipſa differant ſpatio minori quocumque dato.

Sit primo quælibet magnitudo Y plana quantumuis exigua; & vt Y ad ſuperficiem curuam portionis ſphæræ BAC ita effici poteſt differentia quàdratorum ex SD & ex AD, ſeu *a* rectangulum NSA ad quadratum AD; & ſecta bifariam peripharia AB, & rurſus bifariam, & ſic vlterius, quouſque poſtremi ſegmenti tangens FG cadat inter puncta S, & A; & *b* completis polygonis adſcriptis, & ſolidis ſphæralibus ex illorum reuolutione circa axim DA. Quia rectangulum NGA minus eſt rectangulo NSA, ergo a V.22. b *V. ex* 3. *&* 4.

rec-lum NGA ad quadratum AD, ſeu *c* differentia polygonorum ad inſcriptum polygonum BKAC minorem rationem habet quam rectangulum NSA, ad idem qua-tum AD, ſeu quam ſpatium Y ad ſuperficiem portionis ſphæræ BAC. Et quia vt *d* polygonum EGI ad polygonum BAC ei ſimile, ita eſt ſuperficies ſphæralis EFGI ad ſuperficiem ſphæralem inſcriptam BKAC; ergo diuidendo differentia polygonorum ad inſcriptum polygonum erit vt differentia ſuperficierum ſphæralium ad ſuperficiem inſcripti ſphæralis, ergo ſpatium Y ad ſuperficiem portionis ſphæræ BAC maiorem rationem habebit quam differentia ſphæralium ſuperficierum ad ſuperficiem inſcriptam, & adhuc maiorem quam ad ſuperficiem portionis ſphæræ (quæ maior eſt ſuperficie ſphæralis inſcripti) quare differentia ſphæralium ſuperficierum adſcriptarum minor eſt quacunque magnitudine Y.

c V. ex 9.

d hu. ex 7.

Secundo magnitudo ſuppoſita ſit cubus ex latere Y & cetera fiant vt in præcedenti caſu oſtendetur quod differentia ſolidorum ſphæralium inter ſe ſimilium hemiſphærio vel minori portioni adſcriptorum minor eſt quocunquæ dato cubo ſuper latere Y deſcripto.

PRO-

PROPOSITIO X. *Tab. IV. Fig.* 26. Hemiſphærij aut minoris portionis ſuperficies curua ABC æqualis eſt circulo cuius radius eſt recta AB à polo A ad terminum B baſis ducta.

Adſcribantur, *a* hemiſphærio aut minori portioni ABC duę ſuperficies ſphærales EFGHI, & BKAIC, quarum differentia minor ſit quacumque data; & fiat *b* AX radius circuli æqualis ſuperficiei circumſcripti ſpheralis, & AZ ſit radius circuli æqualis ſuperficiei inſcripti ſphęralis. patet quod AB minor eſt AX, & maior quam AZ. Quare ſunt duæ magnitudines, prima ſuperficies curua hemiſphærij aut minoris portionis BAC; ſecunda circulus radij AB, & duæ aliæ ſuperficies ſpheralis EFGHI & ei æqualis circulus radij AX ſunt vna maiores prima & ſecunda exceſſu à prima minori quocunq; dato; pariterque duæ aliæ ſuperficies ſphęralis BKALC & ei æqualis circulus radij AZ ſunt vna minores prima & ſecunda defectu à prima minori quolibet dato: igitur *c* ſuperficies curua ſphæricæ portionis BAC æqualis eſt circulo ex radio AB deſcripto. Quod &c.

a huі.9

b huі.7

c 111. ex 24.

PROPOSITIO XI. *Tab. IV. Fig.* 27. Superficies totius ſphæræ ABFEG æqualis eſt quadruplo circuli

maximi eius AFEG & ſuperficies maioris portionis BEC æqualis eſt circulo cuius radius eſt recta BE à polo E ad terminum B baſis portionis.

In circulo AFEC maximo ducatur diameter FDG per-ris ad axim AE; coniunganturque AF, EF. Quia in tri-lo iſoſcelio ADF & rectangulo in D eſt *a* circulus radij AF duplus circuli radij DA, ſeu circuli maximi; eſt quæ *b* ſuperficies curua hemiſphærij FAG æqualis circulo radij FA. ergo ſuperficies hemiſphæri IFAG dupla eſt circuli maximi ABEC. Simili ratione ſuperficies alterius hemiſphęrij FEG ęqualis eſt duplo circuli maximi radio DF deſcripti. igitur duo hemiſphæria, ſcilicet ſuperficies totius ſphæræ æqualis eſt quatuor circulis maximis AFEG ſimul ſumptis.

a V.18.

b *hu*.10

Poſtea in triangulo *c* rectangulo ABE in ſemicirculo, quia *d* circulus ex radio rectæ lineæ AE deſcriptus æqualis eſt duobus circulis ex radio AB, & ex radio BE; eſtque *e* ſuperficies totius ſphæræ æqualis circulo radio AE deſcripto, qui quadruplus quoque eſt circuli radij DF; & *f* ſuperficies minoris portionis BAC æqualis eſt circulo radij AB. ergo reliqua ſuperficies portionis BEC æqualis eſt circulo à radio B E deſcripto, quod &c.

c II.20

d V.18.

e huius par. 1.

f *hu*.10

PRO-

PROPOSITIO XII. *Tab. IV. Fig.* 28. 29. Si vnius coni recti EDF plana ſuperficies nempe circulus DF æqualis fuerit curuæ ſuperficiei AB KC alterius coni, vel romboidis, BAIC, aut coni vel rombi excauati, & altitudo illius ſeu axis EL æqualis fuerit IH per-ri à centro vel ſummitate contrapoſita ad ſuperficiem curuam huius: erunt ſolida EDF, & BAICK inter ſe æqualia.

Quia circulus DF, ſeu ſuperficies curua coni ABC ei æqualis ad circulum ſuæ baſis AC *a* eſt vt BA ad ſemiſſem ipſius AC, ſeu *b* ob triangulorum ſimilitudinem vt BI, ad IH vel ad EL. Ergo baſes & altitudines ſunt reciprocæ; & ideo *c* conus vel romboides ABCI æqualis eſt cono EDF. a *hui.5. cor.* 3. b IV.4. c VI.32

Poſtea in rombo excauato BAIC K *d* completo cono GAC fiat circulus OP centro L æqualis toti ſuperficiei curuæ AGC, & circulus MH eodem centro fiat æqualis ſuperficiei conicę KGB, vnde zona circularis MOPH equalis erit ſuperficiei curuæ ABKC, & quia EL æqualis eſt IH *e* erit conus EOP æqualis romboidi AGCI, & conus E MN æqualis romboidi GBIK. quare conus cauus genitus ex reuolutione trianguli EOM circa axim EL æqualis erit romboidi excauato d *hu.ex 5.cor.1.* e *ex prima parte.*

BA-

f VI. ex 27. BAICK; ſed *f* conus EDF, æqualis eſt illi cono cauo, cum habeant altitudinem communem EL, & circulus baſis DF æqualis ſit Zonæ MOPH. ergo conus EDF, æqualis eſt romboidi excauato BAICK. Quod &c.

PROPOSITIO XIII. *Tab. IV. Fig.* 31. Quilibet ſector ſpheræ ABCD æqualis eſt cono DEQ cuius altitudo DB æqualis ſit radio ſphæræ, baſis vero circulus EQ æqualis ſectoris ſuperficiei curuæ ABC.

a huius 9. Adſcribantur *a* ſphæræ ſectori ABCD duo ſolida ſphæralia DFHK, & DABC ſimilia inter ſe, ita vt eorum differentia minor ſit quacumque data magnitudine; & fiat *b* circulus NT, ex radio BN qui ſit æqualis ſuperficiei curuæ ſphærali FHK, cumque altitudo DB equalis ſit perpendicularibus ex D, ad ſuperficies curuas GH, FG cadentibus; ergo *c* conus vertice D, baſi circulo NT æqualis eſt romboidi HGDI, & rombis excauatis ſcilicet integro ſolido ſphærali DFHK, eritque conus DNT maior æquè alto cono DEQ, eo quod baſis circulus NT æqualis eſt circumſcriptæ ſuperficiei ſphærali FHK, quæ maior eſt compræhenſa ſphæræ ſuperficie, ſeu circulo EQ.

b huius 7.

c huius 12.

d huius 7 et 12. Similiter facto *d* circulo OY æqua-

qua-

æquali ſuperficiei ſphærali ALBMC oſtendetur conus DOY æqualis ſolido ſphærali DABC inſcripto, & minor erit cono DEQ. Sunt igitur duæ magnitudines, prima eſt ſector ſphæræ DABC, ſecunda eſt conus DEQ, & duæ aliæ ſolidum ſphærale DFHK & conus DNT quæ æquales ſunt interſe, & vna maiores prima & ſecunda exceſſu ſupra primam minori quolibet dato: & duæ aliç ſolidum ſphęrale DABC inſcriptum, & conus DOY interſe æquales vna minores prima & ſecunda defectu à prima minori quolibet dato. Ergo *e* ſector ſphæræ DABC æqualis eſt cono DEQ quod, &c. *e III. ex 24.*

PROPOSITIO XIV. *Tab. IV. Fig. 32. 33.* Quælibet ſphæræ portio BCF æqualis eſt cono BDF, ſuper eadem baſi B F conſtituto, cuius axis DE ad portionis axim CE, ſit, vt radius ſphæræ HA vna cum axe AE oppoſitæ portionis ad eundem axim AE.

Fiant coni CBF & HBF, iungaturque recta BA: quia HAE ad AE eſt vt DE ad EC; diuidendo *a* HA ſeù CH ad AE erit, vt DC ad CE, & antecedentes ſimul adconſequentes, ſcilicet HD ad AC eſt, vt CH ad AE; & permutando DH ad HC erit vt CA ad AE: ſed *b* in ſemicirculo triangulum A B C eſt rec- *a III. 13. etc5.* *b II. 20.*

luna

lum & pariter BE per-lariter ſecat
c IV.9. hypothenuſam AC. Ergo vt c CA
17. ad AE, ita eſt qua-tum CA ad qua-
tum AB, ſeù vt qua-tum CB ad qua-
d VI. tum BE (ob ſimlitudinem triangu-
12. lorum;) ſuntque d circuli vt qua-
ta radiorum; ergo circulus radio
CB ad circulum radio BE eſt vt CA
e *hu.*10 ad AE: eſtque e ſuperficies curua
portionis ſphæræ BCF æqualis cir-
culo radij CB, ergo vt DH ad HC
ita eſt ſuperficies curua BCF ad cir-
culum diametri BF. Quare pro-
ductum ab eſtremis ſcilicet ſumma,
vel differentia conorum DBF, &
HBF, vel romboides DBHF æqua-
lis eſt producto ex intermedijs, ſci-
f *hu.*13 licet f ſectori ſphæræ BCFH: & ab-
lato in prima figura, & addito in ſe-
cunda, communi cono HBF erit co-
nus DBF æqualis portioni ſphæræ
BCF, quod erat, &c.

Corollarium. Hinc deducitur quod quælibet portio ſphæræ ad conum, eandem baſim & axim ei habentem, ſe habet, vt radius ſphæræ vna, cum axe reſiduæ portiouis ad eundem axim.

Quia conus DBF ſeù ei æqualis portio ſphæræ BCF ad conum CBF eſt vt altitudo DE ad EC, ſeù vt H A cum AE ad AE.

PROPOSITIO XV. *Tab. IV. Fig.*

Fig. 34. Inter rectam lineam A C maiorem, & BA minorem duas medias proportionales reperire.

Conueniant illæ ad angulos rectos in A, & compleatur parallelogrammum ABDC, cui *a* circumſcribatur circulus diametro DA, & per a V.5.
b punctum D circa aſymptotos CA B deſcribatur hyperbole DF; & b *cō*.47
ducatur *c* recta DM circulum tangens in D, & recta *d* IDK ſectionem ibidem contingens, occurrens c II.21 d *cō*. 11
aſymptotis in I, & K; erunt *e* quidem ID, & DK æquales inter ſe, e *cō*.46
& DC parallela eſt AK, ergo *f* IC æqualis eſt CA: pari ratione KB f IV. 3.
æqualis erit BA, ſed poſita fuit CA maior quam AB, ergo in triangulis IAD, & KDA baſis IA maior erit, quàm AK, & latera ID, DK æqualia ſunt, & DA eſt commune, igitur angulus ADI maior erit angulo A D K, qui proinde acutus erit, & propterea *g* recta linea I K g *II.ex* *21.*
ſectionem contingens in D intra circulum cadet, & ideo *h* hyperbola per D punctum inter tangentes h *ex eadem &* *hu*.11.
KD, & DM incedens ſecat circulum, in alio puncto F præter D; & eoniungatur recta linea D F, quæ producta ſecet aſymptotos in punctis G, & H: oſtendendum eſt rectas BH, & GC eſſe duas medias proportionales quæſitas. Quoniam eiuſdem rectæ lineæ portiones *i* GD i *cō*.46.

&

& FH inter hyperbolen, & aſym-ptotos interceptæ æquales ſunt inter ſe, addita communi DF, erunt FG, & DH inter ſe quoque æqua-
l IV. 1. les; quare rectangulum *l* DHF
m IV. 22. æquale erit rectangulo FGD, ſed *m* rectangulum AHB æquale eſt rectangulo DHF (eo quod ab eodem puncto H extra circulum poſito ducuntur duæ rectæ lineæ circulum ſecantes:) ſimili modo rectangulum AGC æquale eſt rectangulo FGD; igitur duo rectangula AGC, & AHB æqualia inter ſe erunt, &
n IV. 14 cor. 1. ideo *n* vt GA, ad AH, ita erit reciproce BH ad GC, ſed vt *o* GA ad
o IV. 4. AH, ita eſt DB ad BH, nec non GC ad CD (propter æquidiſtantiam ipſarum DB, GA, & ipſarum CD, & AH, & ſimilitudinem triangulorum) quare DB, ſeù CA ad BH eandem proportionem habebit, quam BH ad GC, & eandem quam habet GC, ad CD, ſeù ad AB, & propterea quatuor rectæ lineæ CA, BH, CG, & BA erunt in continua proportionalitate. Quod erat propoſitum.

PROPOSITIO XVI. *Tab. IV. Fig.* 35. Hemiſphærium ABC duplum eſt coni ABC, & ſub ſex quialterum cylindri EACF eandem baſim AC & axim BD habentium.

Extendatur radius BD ad G, pa-
a *hu.* 14 tet *a* hemiſphærium ABC ad conum

BAC

BAC eſſe vt radius DG, vna cum GD axe reliquæ portionis ad GD, ſcilicet vt duplum DG ad ſubduplum eiuſdem DG; igitur hemiſphærium æquale eſt duplo coni BAC; cumque idem conus *b* tertia pars ſit cylindri AF erit ex æquò hemiſphærium ad cylindrum vt duo ad tria. b VI. 29.

PROPOSITIO XVII. *Tab. IV. Figur.* 36. Cylindro vel cono dato A ſphæram ei æqualem deſcribere.

Fiat *a* cylindrus rectus BD ſexquialter ipſius A & inter *b* BC, & CD duæ mediæ E & FG in continua prop-ne reperiantur, & altitudine FG fiat cylindrus rectus FH ambiens ſphæram S cuius baſis diameter GH æqualis ſit FG. Quia BC, E, FG, CD, continuæ pro-les ſunt, ergo vt *c* longitudine eſt BC ad tertiam pro-lem FG, ita eſt potentia FG ſeù GH ad CD, & ideo circulus baſis GH ad circulum CD, eſt reciproce vt altitudo BC, ad FG altitudinem; & proinde *d* cylindri BD, & FH æquales inter ſe ſunt, eſtque *e* cylinder FGH ſexquialter inſcriptæ ſphæræ S, ſicut cylinder BD ſexquialter factus fuit ipſius A. igitur ſphæra S æqualis eſt cylindro A. a VI. ex 31. b *hu.* 15 c VI ex 17. d VI. 32. e *hu.* 16

Si vero A fuerit conus facto cylin-

lindro circa conum reliqua fiant, vt prius,& idem deducetur.

PROPOSITIO XVIII. *Tab. IV. fig.* 37. Sphæræ ſuperficiem ABCD in data ratione R ad S ſecare.

a IV.11 Fiat *a* axis AC ad AE vt R ſimul cum S ad R; & per E ducto plano BD per-ri ad axim A C, coniungantur AB, CB in circulo maximo
b IV. ex 17. ABCD. *b* Quia vt CA ad AE ſeù vt R & S ad R, ita eſt potentia CA ad
c V. ex 12. AB ſeù *c* circulus radio AC ad circulum radio A B deſcriptum; eſt-
d hu. 11 que *d* circulus radio A C deſcriptus æqualis ſuperficiei totius ſphæræ, cum ambo ſint quadrupli circuli ma-
e hu. 10 ex. ximi ABCD, & *e* circulus radij AB æqualis eſt portioni ſuperficiei ſphæræ BAD. Ergo vt R cum S ad R, ita eſt tota ſpherę ſuperficies ad ſuperficiem BAD, & diuidendo & in vertendo vt R ad S ita erit ſphæræ ſuperficies BAD, ad ſuperficiem BCD, quod, &c.

PROPOSITIO XIX. *Tab. IV. Fig.* 38 Datam ſphæram, A Q B V ſecare vt portiones interſe habeant rationem datam CD ad DE.

Producatur axis vt fiat AF æqua-
a II.21 et IV.11 lis dimidio AB, & fiat *a* AF ad AG tangentem circuli vt CE ad ED,
b IV.10 & ſit *b* AH media prop-lis inter FA
c cō.25. & AG; & axe *c* AF, latere recto

AG

AG fiat parabola FHK, in qua applicetur BK par-la AH; & circa *d* aſimptotos ABK fiat hyperbole GL ſecans parabolam in L, ducaturque LM par-la ipſis KB, & HA, ſecans circulum AQB in Q, & LX, GN ducantur par-læ reliquo aſymptoto AB. Oſtendendum eſt planum per LMV erectum ad axim AB problema efficere. Erit *e* rec-lum LMB æquale rec-lo GAB, ideoque *f* LM ad GA erit vt AB ad BM, & proinde *g* qua-tum LM, ſeù ei æquale rec-lum FM in AG ad quadratum GA erit vt qua-tum AB ad quadratum BM; & ob parabolam *h* FM, ML, AG continuæ pro-les erunt, & ideo *i* vt FM, ad AG ita eſt quadratum LM ad quadratum AG ſeu qua-tum AB ad qua-tum BM, vel potius *l* circulus radij AB ad circulum radij BM eſt vt FM ad AG; ex quo ſequitur quod *m* conus baſi circulo ex BM, in altitudinē FM equalis ſit cono circuli ex AB in AG ducto: eſt vero conus *n* ex circulo radij AB in axim FA æqualis ſphæræ AQBV, & conus circuli radij AB in AG æqualis fuit mox oſtenſus cono circuli MB in FM, ergo ſphæra AQB ad conum circuli MB in FM ſe habet *o* vt FA ad AG ſeù vt CE ad ED.

Fiat tandem *p* vt FM ad MA ita OM ad MB, permutando FM ad MO erit

d *conic.* 47.
e *conic.* 51.
f IV.14
g *IV.*18 & *conic* 23.
h *conic. def.* 15.
i IV. ex 17.
l IV. 12.
m VI. 32.
n *huius ex* 13.
o VI. *ex* 31.
p *IV.*11

q IV.9. & ex 17 O erit vt AM ad MB, ſeu *q* vt circulus ex QM ad circulum ex MB. (eo quod tres AM, MQ, MB, in ſemicirculo continuè pro-les ſunt). igitur *r* conus circuli MB in FM æ-
r VI.32 qualis eſt cono circuli ex radio QM
ſ hu.14. in MO, huic vero *ſ* cono æquale eſt ſegmentum ſphæræ BQV; ergo ſphæra AQBV ad ſegmentum eius BQV, ſe habet vt FA ad AG, vel vt CE ad ED; & diuidendo ſphæræ ſegmentum AQV ad ſegmentum BQV eſt vt CD ad DE, vt imperatum fuerat.

PROPOSITIO XX. *Tab. IV. Fig.* 39. Datis duabus ſphæræ portionibus ACB & EGF tertiam HLK conſtituere, quæ alteri earum, EGF ſimilis ſit, alteri vero ACB ęqualis.

a hu.14 Fiat conus *a* XAB æqualis portioni ſphæræ ACB, & conus VEF fiat æqualis portioni ſphæræ EGF;
b IV.11 & vt *b* VQ ad EF ita fiat XT ad li-
c hu.15 neam D, & inter *c* AB & D ponantur duæ mediæ continuæ prop-les HK & I; & ſuper circulum ex diametro HK fiat HLK portio ſphæræ ſimilis ipſi EGF (facto axe ML ad LY vt OG ad GQ). Dico portionem HLK æqualem eſſe portioni
d hu.14 ACB. Fiat *d* conus ZHK æqualis portioni HLK; & ideo conus ZHK ſimilis erit cono VEF, ſicuti portio

ſphæ-

ſphæræ ſimilis erat portioni; quare
vt VQ ad EF, ſeù vt XT ad D ſic
ZY ad HK; & permutando, inuer-
tendoque, vt ZY ad XT ita erit H
K ad D, cumque AB, HK, I, D
continuæ proportionales ſint, erit *e* e ſIV: *ex*
AB ad HK potentia ſeù circulus A 17. *&*
B ad circulum HK vt HK ad D. V. 12.

Sed fuit XT ad D vt VQ ad EF,
ſeù vt ZY, ad HK, permutando Z
Y ad XT erit HK ad D. ergo circu-
lus AB ad circulum HK eſt vt ZY
ad XT. vnde *f* conus ZHK æqualis f V. 32.
erit cono XAB; proindeque *g* por- g *hu.* 14
tio ſphæræ HLK erit æqualis portio-
ni ſphæræ ACB. Quod &c.

PROPOSITIO XXI. *Tab. IV.*
Fig. 40. Datis duabus portionibus
ſphæricis ABC, & DEF tertiam
KLM ræperire cuius ſuperficies
æqualis ſit ſuperficiei vnius DEF &
ſimilis ſit ſuperficiei alterius ABC.

In circulis maximis AB, DEF
coniunctis rectis BC, EF, vt *a* BC a IV. 11
ad EF ita fiat diameter BH ad LN,
& deſcripto circulo, & ſphæra LK
NM, & ſecto *b* axe NL in R in ra- b *eadē*
tione HB ad BP, & ducto plano K
RM perpendiculari ad axim & L
M: erunt *c* portiones circulorum &
ſphæricæ ABC, KLM ſimiles; & c V. *ex* 15.
ideo HB ad LN, erit vt BC ad LM;
ſed fuit BC ad EF vt HB ad LN ſeu vt
BC ad LM, ergo LM æqualis eſt EF,
&

d *hu*, 10 & *d* circuli ab eiſdem radijs facti qui æquales ſunt ſuperficiebus portionum æquales ſunt interſe ; & portio ſphæræ KLM habet ſuperficiem KLM æqualem ſuperficiei DEF ; & ſimilem ipſi ABC. Quod &c.

PROPOSITIO XXII. *Tab. IV. Fig.* 41. Ex data ſphæra ABCD portionem abſcindere ABC quæ ad inſcriptum conum ABC datam habeat rationem RS ad S. ſed proportio data maior ſexquialtera eſſe debet.

Sic vt R ad S ita fiat radius ED circuli ABD ad DF ; quia EDB ad D
a IV. 11 B eſt vt 3 ad 2, ergo R, S ad S maiorem rationem habet quam EDB ad DB, & diuidendo R ad S, quæ fuit vt ED ad DF eſt in maiori ratione quam ED ad DB, & proinde DF minor erit diametro DB. Ducatur iam per F planum AC per-lare ad axim BD, & fiat conus BAC,
b *hu*. ex 14. & conus *b* GAC æqualis portioni ſphæræ ABC. Quia vt RS ad S, ſeù
c *eadē* vt EDF ad DF ita *c* eſt GF ad FB,
d VI. ex 31. ſeù *d* conus GAC ad conum BAC,
e *hu*. 14 eſtque *e* portio ſphæræ ABC æqualis cono GAC. igitur vt RS, ad S, ita eſt portio ABC ad conum BAC.

PROPOSITIO XXIII. *Tab. IV. Fig.* 42. Portionum ſphæricarum

non

non ſimilium habentium curuas ſuperficies BAD, FEH æquales, omnium maxima eſt hęmiſphæriũ FEH.

Ducantur AB, EF; & CX fiat æqualis radio CI, & quia ſuperficies BAD & FEH ſunt æquales, erunt quoque *a* AB, EF circulorum radij æqualium eiſdem ſuperficiebus ſphæricis æquales interſe: & ſecetur AR æqualis EL; & quia ſphæricæ ſuperficies BAD, FEH ſupponuntur æquales, & non ſimiles, ductis circulis maximis erit FEH ſemicirculus & DAB ſegmentum maius vel minus, & in minori ſegmento qua-tum *b* AB ſubtendentis acutum angulum ad centrum I minus eſt duplo quadrati radij AI, & *c* maius quam duplum qua-ti AK, eo quod in ſegmento minori circuli vt diametri minor portio AK ad maiorem KC, ita eſt qua-tũ AK ad qua-tũ per-laris KB. ergo recta AB ſeu ei æqualis AR minor eſt radio AI & maior quam AK; è contra in maiori ſegmento AR maior eſt radio AI & minor quam AK. proindeque tam in maiori quam in minori ſegmento punctum R propinquius eſt circuli centro I quam punctum K. Igitur *d* rectangulum CRA, maius eſt rectangulo CKA; ſed qua-tum *e* AB æquale eſt rec-lo CAK. ergo quadratum AR ſemiſſis illius æquale eſt rec-lo ſub AK & CX, quæ ſemiſ-

a 2 *h*.10
b P.29
c IV. *ex* 10. 17. & V.18
d *Conic.* *ex* 22. *et* II. 11.
e IV. *ex* 9. *et* 14.

ſis eſt diametri CA. quare duo antecedentia rec-lum CRA & quadratum RA ſimul, ideſt rec-lum CAR maius eſt duobus conſequentibus, ſcilicet rec-lo ſub AK & ſub
f IV.11. KC cum CX. Fiat tandem *f* MK ad KA vt XK ad KC, & ducatur tangens EN æqualis EF, compleanturque coni MBD & LNO. erit *g*
g IV.14 cor. 1. rec-lum MKC ſub extremis æquale rec-lo AKX ſub intermedijs illarum pro-lium; & ideo rec-lum CAR maius erit rec-lo MKC; vnde *h* AC ad
h ex eadem. CK maiorem rationem habebit quã
i IV.9. 17. MK ad AR ſiue ad EL; ſed vt *i* AC ad CK ita eſt quadratum AB ad quadratum BK, ſiue *l* circulus radio A
l V.12. B ſiue EF, vel EN ad circulum radio BK deſcriptum. ergo circulus NO ad circulum BD maiorem rationem habebit quam MK ad EL.
m VI. ex 32. Quare conus *m* cuius baſis eſt circulus NO altitudo EL maior eſt cono cuius baſis eſt circulus BD altitudo MK. Suntque eiſdem *n* conis æqua-
n *huius* 14. les portiones ſphæricæ FEH, & BAC. igitur portio FEH maior eſt portione BAD. Quod &c.

AR-

ARCHIMEDIS SPIRALIA IO: ALPHONSI BORELLII.

SPiraliũ linearum doctrina quantum eſt ingenioſa & præclara, tantum abſtruſa, & captu difficilis eſt, vt innuit ipſemet Archimedes in epiſtola ad Doſitheum. Hanc ni fallor noua methodo planiorem redidi, & ne dum affirmatiuè tangentium ſpirales proprietates demonſtraui, ſed etiam oſtendi quod locus inter tangentes & ſpiralem compræhenſus vnius rectę lineæ capax non eſt, quod deſiderabatur.

DEFINITIONES.

Duo mobilia *æquabili velocitate* ferri dicuntur, cum ſpatia quibuſcumque temporibus exacta proportionalia fuerint temporibus ijſdem quibus ſpatia tranſiguntur. I.

Si (*in Tab. V. fig.* 1.) punctum A per circuli radium AB ex centro A æquabili velocitate moueatur, eodemque tempore radius A B æquabili motu circumdatur circa centrum fixum. Punctum A duplici motu tranſlatum deſcribet cur- II.

uam lineam AFGMR, quam voco *Spiralem*.

III. Et *Principium* lineæ *Spiralis* eſt A centrum circuli.

IV. Et *Principium circulationis* eſt radius AB.

V. Linea ſpiralis *Prima* eſt AFMR facta ab integra circulari vertigine.

VI. Et ſpatium à recta AB & ſpira compræhenſum dicitur *Primum* ſpirale.

VII. Et recta AB vocetur *Prima*.

VIII. Et circulus RDB vocetur *Primus*.

IX. Et vlterius ijſdem duobus motibus continuatis poſt complementum primæ ſpiræ, quouſque ſecunda reuolutio compleatur, continuatio lineæ curuæ vocatur *Spiralis ſecunda*. Et *Spatium ſecundum*. Et continuatio radij, *Linea ſecunda*, & *Circulus ſecundus*, & ſic vlterius.

X. Trilineum AXBCE (*Tab. V. fig. 2. 3.*) à cuius vertice A omnes rectæ AB, AS, AR, &c. ad baſim directam vel curuam BC ductæ ſecantur à latere cauo AEC. Voco *Trilineum cauum*.

XI. In duabus figuris in apicem deficientibus æquales baſes & altitudines habentibus, ſi quælibet interceptæ lineæ par-læ baſibus, & æquè ab eis remotæ ſemper æquales fuerint inter ſe. Vocentur figuræ *æqualiter analogæ*.

PRO-

PROPOSITIO I. *Tab. V. Fig.* 2. 3. Cuilibet trilineo cauo ABCE cuius baſis BC ſit recta vel circularis, adſcribi poſſunt duæ figuræ gradatæ ex trapetijs æquè altis, quæ ex lateribus ad apicem concurrentibus ſint compoſitæ; quarum differentia minor ſit qualibet data magnitudine Y.

Coniungatur recta AC, & producta BA fiat AQ æqualis AB, ſeceturque AB bifariam in H, & rurſus bifariam, & ſic ſucceſſiuè quouſque in L, qua-tum *a* AB ad rectangulum QLB maiorem rationem habeat quam tri-lus vel ſector ACB ad ſpatium Y & ducta LP par-la BC erit *b* tri-gulus vel ſector ABC ad trapetium PCBL vt qua-tum AB ad rec-lum QLB; & ideo idem triangulum vel ſector ABC ad trapetium PB maiorem proportionem habebit quam ad ſpatium Y; proindeque *c* trapetium PB minus erit quam ſpatium Y.

a V. 22 *ex cor.*

b ex eadem et IV. *ex* 17.

c III. 5.

Poſtea ab omnibus diuiſionibus G H lateris AB ducantur lineæ GI, HN, & par-læ baſi BC ſecantes curuam AEC, & rectas AS, AR, AO a vertice A per interſectiones D, E, F tranſeuntes, à quibus reſultabunt figuræ gradatæ adſcriptæ trilineo. Et quia *d* trapetium NM minus eſt æquè alto trapetio FR (cum

d IV. *ex* 4.

baſis OR maior ſit quam FM, & latera concurrant in A) eademque ratione trapetium IK minus quam MS, & ADG minus eſt quam SL. ergo addito communi trapetio PO; erit ſumma omnium differentialium trapetiorum PO, NM, IK, AG minor trapetio infimo PB; & multo minor ſpatio Y. quare figura gradata AINPB circumſcripta trilineo ex trapetijs æquè altis ex lateribus ad apicem A concurrentibus compoſita ſuperabit figuram gradatam DEFBG eidem trilineo AECB inſcriptam, exceſſu minore quacumque data magnitudine Y. quod faciendum erat.

PROPOSITIO II. *Tab. V. Fig.* 2. 3. Si duæ figuræ trilineæ cauæ æquè altæ ABCE cuius baſis BC fuerit arcus circuli, & a b c e cuius baſis eſt recta b c æqualis BC, & figuræ fuerint æqualiter analogæ; Dico quod trilinea ſunt æqualia interſe. Coniunctis rectis AC, & a c compleantur ſector ABC, & triangulum a b c; & cauo trilineo ABCE *a* adſcribantur figuræ gradatæ ex trapetijs æquè altis, quæ ex lateribus ad apicem A deſinentibus ſint compoſitæ, ita vt earum differentia minor ſit quacumq; data magnitudine; & diuiſa altitudine ab in tot partes æquales in quot diuiſa fuit AB, & per diuiſiones

a hui. 1.

ſiones g, h, l ductis ppr-lis baſi b c ſecantibus curuam a e c in punctis d, e, f, & coniunctis rectis a d s, a e r, a f o, conſurgent duæ figuræ gradatæ adſcriptæ trilineo cauo a e c b. & quia trilinea ſupponuntur æque alta & æqualiter anologa. ergo ſicuti baſes *b* BC, b c æquales ſunt ita LF, l f æquè à baſibus remotæ æquales ſunt interſe: & ſic reliquæ omnes EH, e h erunt æquales &c. Pariterque *c* L P, l p ſunt æquales (ob ſimilitudinem tri-lorum, vel ſectorum ACB, APL) non ſecus NH, n h erunt æquales & ſic reliquæ ſimiliter poſitæ; ſuntque altitudines B L, b l æquales. ergo ſector ABC ad ſéctorem ALP eſt vt triangulum a b c ad tri-lum a l p; ſuntque homologa interſe æqualia ſcilicet ſector *d* ABC æqualis eſt tri-lo a b c. ergo eorum differentiæ æquales erũt nempe trapetium PB æquale ipſi p b, & ſic NL æqualè erit n l, FB æquale f b, & ſic reliqua trapetia ſimiliter poſita æqualia erunt. Quare vniuerſæ figuræ gradatæ ex trapetijs compoſitæ circumſcriptæ trilineis ABCE & a b c e æquales erunt interſe. pariterq; eiſdem inſcriptæ æquales erunt. Cumque ſint duæ figuræ trilineæ & duæ aliæ interſe æquales circumſcriptæ ſint vna maiores illis exceſſu à prima minori quolibet dato ſpatio. pariterque

b huius def. 11.

c IV. 4 et V. ex 15.

d [de dimes circuli 1.

duæ inſcriptæ interſe æquales ſunt vna minores eiſdem defectu à prima minori quolibet dato. igitur *e* prima trilineum ABCE æquale eſt ſecundę o b c e. Quod erat &c.

e III.24

PROPOSITIO III. *Tab. V. Fig.* 5. 6. 1. 4. Si in ſpirali AFGB ſumantur duo quælibet puncta F & G. Dico quod tranſitus circulares eorum à principio circulationis incoati HF, ad LG duplicatam proportionem habent eius quam tranſitus directi AF habet ad AG.

Quia motu æquabili eodemque tempore punctum A fertur per rectam AB & recta AB circumducitur, ergo recta *a* AH ad AL; pariterque angulus HAF ad angulum LAG eandem rationem habet quam tempus, quo tranſigitur AH ad tempus tranſitus per AL; eſtque *b* angulus HAF ad angulum LAG vt arcus LP ad arcum LPG. igitur recta AH ad AL *c* ſeu arcus HF ad LP eſt vt arcus LP ad arcum LPG. & arcus *d* LP ad arcum LPG eſt vt AH ad AG. ergo arcus HF ad arcum LPG duplicatam rationem habet eius quam AH habet ad AG. Quod &c.

a *huius def.* 1.
b V. 11
c V. 14.
d *hu. ex def.* 2.

Corollarium. Patet quod ſi punctum in linea ſecunda ſumptum fuerit. Tranſitus *e* circularis eius a prin-

e *hu. ex def.* 9.

principio reuolutionis ſuperat quatuor angulos rectos: & ideo totus motus ab eo factus conſtat ex integro circulo, & ex portione eiuſdem ſecundi circuli in coati. Et ſic vlterius.

PROPOSITIO IV. *Tab. V. Fig.* 4. 5. & 6. Spatium ſpirale Primum, vel quodlibet aliud ſiue eius portio AFGRA tertia pars eſt circuli primi vel alterius, aut ſectoris BDR A id comprehendentis.

Sumatur recta ab æqualis radio circuli AB; br æqualis ſit peripheriæ BDR ſectoris, vel circuli primi in ſpirali prima, duplo ſecundi circuli in ſpirali ſecunda, & ſic vlterius; ſitque ab perpendicularis ad br, compleaturque triangulum abr, erit *a* id æqualæ circulo, vel circulis, vel ſectori ABDR; & cõpleatur rectangulum aprb, & axe pa ordinata pr *b* deſcribatur Parabola afr, quam tanget ab parallela baſi pr; & ſectis AB, ab vbicumque in H & h vt HB, hb ſint æquales, ducantur centro A arcus HFV, & recta hfu par-la baſi br. & quia in trilineis altitudines AB, & ab æquales ſunt, pariterque AH, æqualis eſt ah. ergo ob tri-lorum abr, ahu, & circulorũ vel ſectorum ABDR & AHFV ſimilitudinem, & æqualitatem baſium BDR & bdr *c* arcus HFV

a *circ. menſura* 1.

b *conic.* 25. *et* 11

c IV. *et* 4. *&* V 14.

d *circ. dim.* 1. HFV æqualis eſt rectæ h f u, & d circulus vel ſector HFVA æqualis erit tri-gulo a h u. Poſtea (ob parabolam) e vt tangens a b ad a h poteſtate, ita eſt longitudine b r ad h f; & in ſpirali f vt AB ad AH, ſeu vt a b ad a h poteſtate, ſic eſt longitudine peripheria BDR ad HF, cum ſint in duplicata ratione. ergo BDR ad HF eſt vt b d r ad h f; & ſunt BDR, b d r æquales, igitur peripheria HF æqualis eſt rectæ h f. Quapropter ſunt duæ figuræ trilineæ cauæ ABRFA circulari baſe, & a b r f a baſe directa, quarum altitudines, & baſes æquales ſunt & lineæ HF, h f parallelæ baſibus vbicumque ductæ ſunt interſe æquales. ergo g trilinea caua ſunt æqualiter analoga. & ideò trilinea h ſuperficies ABRFA æqualis eſt ſpatio a b r f a. oſtenſum autem fuit i triangulum rectilineum a b r ſexquialterum trilinei a b r f a, ergo circulus vel ſector ABDR, qui æqualis erat triangulo a b r erit quoque ſexquialterum trilinei ſpiralis: & per conuerſionem rationis circulus vel ſector BDRA triplus erit ſpatij ſpiralis AFGRA. Quod erat &c.

e *conic. ex* 21.
f *hui.* 3.
g *huius def.* 11.
h *hui.* 2.
i *quad. par. ex* 4.

Corollarium. Hinc patet ſimilitudo, & transformatio ſpatij ſpiralis in ſegmentum Parabolæ.

PRO-

PROPOSITIO V. *Tab. V. Fig.* 5. 4. Si fuerit ſpatium ſpirale carens principio compræhenſum, à radijs AF, & AG, & à ſpirali FG, & ſint 4 continuè pro-nales a f, a g, a x, a z in ratione AF ad AG, & y ſit triens differentiæ f z. Dico quod ſector GAP ad ſibi incluſum ſpatium ſpirale truncatum eandem rationem habet quam x z ad y.

Quia *a* ſector HAF ad ei ſimilem ſectorem LAP duplicatam rationem habet radij AF ad AP, ſeu AG, & proinde ſector HAF ad LAP erit vt a f ad a x tertiam proportionalem, & ſector PAL ad ſectorem LPGA eſt *b* vt baſis LP ad LG, ſeu vt a f ad a g, ſeu vt a x ad a z; ergo ex æquo ſector HAF ad ſectorem LPGA erit vt a f ad a z: & in eadem ratione erunt trientes eorundem ſectorum, ſcilicet *c* ſpirale ſpatium AFA ad ſpirale AFGA. ergo diuidendo ſpirale ſpatium AFA ad ſpirale truncatum ſub rectis FA, AG & ſpira GF contentum, erit vt a f ad f z, vel vt triens ipſius a f ad trientem alterius f z, ſeu ad y. Poſtea quia *d* ſector G PLA ad ſectorem PAL eſt vt recta GA ad AF, ſeu vt z a ad x a, diuidendo GAP ed PAL erit vt z x ad x a, & ſector PAL ad FAH ei ſimile eſt vt x a ad a f, atque ſector FAH ad contentum ſpirale AFA eſt vt af

a *V. ex 11. et 12*

b *V. 13.*

c *hui. 4.*

d V. *ex 11.*

ad eius trientem. ergo ex æquo ſector GAP ad ſpirala ſpatium AFA erit vt z x ad trientem ipſius a f. Sed prius ſpirale ſpatium AFA ad ſpirale truncatum fuit vt triens a f ad y. igitur ex æquo ſector GAP ad compræhenſum ſpirale ſpatium truncatum ſe habet vt z x ad y: Quod &c.

e *huj.4*

Corollarium. Hinc deducitur quod ſpatium ſpirale ſecundum ad circulum ſecundum eandem proportionem habet quam 7 ad 12.

Quia ſi radius primi circuli ſit 3 partes qualium radius ſecundi circuli ſit 6 partes, erunt duo ſequentes termini proportionales 12 & 24. eritque extremorum 3 & 24. differentia 21, & hujus triens 7; & differentia poſtremorum 12 & 24. erit 12.

Similiter ſpatium ſpirale tertium ad circulum tertium erit vt 19 ad 27. poſitis enim quatuor continuè proportionalibus in ratione ſubſexquialtera 24, 36. 54. 81. erit triens differentiæ extremorum 19. & differentia poſtremorum erit 27.

Et ſpatium ſpirale quartum ad circulum quartum erit vt 37 ad 48. Nam poſitis quatuor proportionalibus in ratione ſubſexquitertia. 81. 108: 144. 192 erit triens differentiæ extremorum 37. & differentia poſtremorum 48.

Et

Et ſpatium ſpirale quintum ad circulum quintum erit vt 61. ad 75. quia poſitis quatuor proportionalibus in ratione ſub ſexquiquarta 192. 240. 300. 375. erit triens differentiæ extremorum 61, & differentia duorum poſtremorum 75.

Et eadem methodo reliqua reperiri poſſunt.

PROPOSITIO VI. *Tab. V. Fig.* 7. In circulo HEF, cuius diameter EF: applicata GH ei parallela, & ideo minor diametro; & ex centro ducta ſit perpendicularis AB ad GH; & HC tangens circulum HFE, in H. Dico quod quælibet recta AN ex centro A ducta ad partes F efficiet ſegmentum NO inter GH, & conuexam peripheriam, quæ ad ad arcum circuli OH maiorem rationem habet quam BH ad BA.

Quia BH parallela eſt AC *a* erunt alterni anguli BHA & HAC æquales, & anguli B & AHC ſunt recti. ergo *b* ſimilia ſunt triangula HBA & AHC; & ideo AH ad HC eſt vt HB ad BA: eſtque AR maior quam AH, & RC minor quam HC. Ergo *c* AR, ad RC, ſeu *d* NR ad RH maiorem rationem habet quam AH ad HC, ſeu quam HB ad BA. Cumque NO maior ſit, quam NR: & arcus circuli HO ſit minor tangente HR. Igitur NO ad arcum

a *I.* 15.
b IV. 4.
c III. 2.
d IV. 4

OH maiorem proportionem habet quam NR ad RH: & proinde NO ad arcum OH multò maiorem rationem habebit, quàm HB ad BA. Quod &c.

PROPOSITIO VII. *Tab. V. Fig.* 8. Iiſdem poſitis: Dico quod quælibet recta ANR ducta ex centro A ad partes B efficit ſegmentum NO inter GH, & cauam peripheriam interceptum, quod ad arcum circuli OH minorem rationem habet quam HB ad BA.

Ducatur HS parallela RA, erit *a* HS, ſeu ei æqualis NA minor
a II. 11. quam radius AO, ſeu quam radius AH. Quare SH ad HC, ſeu *b* N
b IV. 4. et III. 2. R ad RH minorem rationem habet quam AH ad HC, ſeu *c* quam H B ad BA. Et ducta RV parallela
c ex præced. rectæ OH ſecante NH in V: erit
d I. 20. RV *d* maior quam circulum tangens RH, ob angulum obtuſum RHV.
e IV. 4. Et proinde NR ad RV, ſeu *e* NO ad OH minorem rationem habebit quam NR ad RH. Eſtque arcus O H maior recta ſubtenſa OH. Ergo
f III. 2. *f* NO ad arcum OH eſt in minori ratione quam NO ad rectã HO; ideoq; NO ad arcum OH eſt in minori ratione quam NR, ad RH; Et fuit NR ad RH in minori ratione quam HB ad BA. Igitur multo magis NO ad arcum OH minorem proportionem habebit quam HB ad BA. Quod &c.

LEM-

LEMMA. *Tab. V. Fig.* 9. Si recta HQ tetigerit circulum HGE in H, occurrens radio AF in Q, & ſecta tangentis portione HS; Dico quod alicuius rectæ HR à puncto H incidentis inter puncta F & Q, portio ZR æqualis eſſe poteſt HS.

Intelligatur tangens HQ tranſlata circa punctum H verſus F. Patet quod lineæ motæ portio ZR intercepta à peripheria HF & à recta FQ continenter minuitur quouſque in F omnino deficiat. ergo in tranſitu intermedio poſſibile eſt vt RZ æqualis ſit HS & tendat ad H.

PROPOSITIO VIII. Iiſdem poſitis *eadem fig.* 9. Si per H extra circulum inter GHN, & conuexam circuli peripheriam ad partes diametri EZ ducatur IH, quæ circulum ſecet in HK. Duci poterit recta linea ad centrum A pertingens, cuius portio inter HI, & peripheriam comprehenſa ad peripheriam interceptam minorem rationem habeat quam HB ad BA.

Ducatur AL perpendicularis ad KH, & ex centro A ducatur AQ parallela ipſi KHI. Patet quod HL ad LA minorem rationem habet quam HB ad BA (eo quod a ſubtenſa HK minor eſt quam HG, & ideo eius ſemiſſis HL minor erit quã HB, a *III.* 2. & *II.* 11, 10.

HB, & diſtantia LA à centro maior
b II.21 eſt quam BA): & ducta b HQ tangente circulum in H, & occurrente ipſi AQ, æquidiſtante LHI, in Q: erit c AH, ad HQ, vt HL ad L
c huius ex 6. A, ob ſimilitudinem triangulorum HLA, & AHQ. Et fiat AH ad HS
d lem: præc. vt HB ad BA: & d intelligatur ducta RZ æqualia HS pertingens ad H; iungaturque AXZ. Oſtendendum eſt XZ ad arcum ZH minorem rationem habere quam HB ad BA. Quia vt HB ad BA, ita eſt AH ad
e IV.42 HS, ſeu AZ ad ZR, & e XZ ad ZH.
f III.2. Et f XZ ad arcum ZH minorem rationem habet quam ad rectam ZH. Ergo XZ ad arcum ZH minorem rationem habebit quam BH ad BA. Quod &c.

PROPOSITIO IX. *Tab. V. Fig. 10.* Iiſdem poſitis. Si per H intra circulum inter GH, & centrum A ducatur KH. Duci poterit recta ad centrum pertingens, cuius portio inter HK, & peripheriam circuli ad interceptam peripheriam maiorem rationem habeat quam HB ad BA.

a IV.11 Ducatur AQ parallela KH, iungaturque AH, & vt a BH ad HA ita
b II.22 fiat AH ad AQ; & à puncto Q b ducatur tangens QZ circulum in Z, iungaturque radius ZA ſecans HK in X. Et quia vt BH ab HA ita eſt
e IV.18 HA, ſeu ZA ad AQ, erit e quadratum

tum BH ad quadratum HA vt quadratum ZA ad qua-tum AQ; & per conuerſionem rationis (in triangulis rectangulis) *d* qua-tum HB ad qua-tum BA erit vt qua-tum ZA ad qua-tum ZQ & ita erit AZ ad ZQ ſeu *e* XZ ad ZR vt HB ad BA; eſtque arcus ZH minor quam ZR. ergo *f* XZ ad arcum ZH maiorem rationem habet, quam HB ad BA. Quod &c. d V.18. e IV.4. et 18. f III.2

PROPOSITIO X. *Tab. V. Fig.* 21. Si in ſpirali ABCDH ad radium AH ducatur AF perpendicularis ex centro circuli HGOR: ſitque AF æqualis peripheriæ circuli primi in ſpirali prima, vel reuolutioni radij in extremo circulo factæ a radio, vel ſit æqualis peripheriæ ſectoris circuli deſcripti à radio ad terminum portionis ſpiralis ductæ; & coniungatur recta FH. Dico FH tangere ſpiralem in puncto H.

A quolibet puncto N retæ FGN extra triangulum HFA ſumpto ducatur recta ARN ſecans circulum HOH in R, & ſpiralem in Q. Et quia in triangulo HAF rectangulo in A, eſt *a* angulus AHF acutus certè HF ſecabit circulum in H, & G, & HG biſſecta in S: iungatur SA: & hæc *b* erit perpendicularis ad HG. Quare *c* HS ad SA erit, vt HA ad AF, ob ſimilitudinum triangulorum a I.18 et II.2 b II.2. c IV.4.

rum

d huius 6 rum. Poſtea d NR ad arcum RH eſt in maiori ratione quam HS, ad SA, ſeu quam AH ad AF: permutando NR ad AH, vel ad AR erit in maiori ratione quam arcus RH ad AF, ſeu ad ei æqualem circuli peripheriam HOH. Et componendo NA ad AR, vel ad AH erit in maiori ratione quam arcus RHOH ad
e huius] ex 3. arcum HOH, ſeu e quam QA ad H
f III.5. A. Igitur f NA maior eſt quam QA. Et ideo punctum N cadit extra ſpiralem.

Similiter à quolibet puncto n in recta HF ſumpto ad partes G ducatur
g hui.7 tur recta A n r: erit g n r ad arcum r H in minori ratione quam HS ad S
h IV.4. A, ſeu h quam HA ad AF. Permutando n r ad HA, ſeu ad r A in minori ratione erit quam arcus r H ad AF, ſeu ad ei æqualem periphæri-
i III ex 9.13.14 cor. am HOH. Et per i conuerſionem rationis inuerſam HA ad n A minorem rationem habebit quam arcus
l hui.3. HOH, ad arcum r OH, ſeu l quam
m III.5 HA ad q A. Ergo m n A maior eſt quam q A. Et ideo n punctum cadit extra ſpiralem: proindeque tota recta linea NHF cadit extra ſpiralem, & ideo eam ſolummodo tanget in vnico puncto H.

Dico preterea quod in ſpatio a tangente NH, & linæa ſpirali HQ contento aliqua recta linea, vt eſt TXH duci non poteſt.

Quia

Quia per H extra circulum RHG, & infra rectam HN ducta eſt recta HT: ergo n duci poteſt recta XA ad centrum pertingens ſecans circulum in Z, & ſpiralem in V, ita vt XZ ad arcum ZH minorem rationem habeat, quam HS ad SA, ſeu o quam HA ad AF, ſeu ad ei æqualem peripheriam HOH. Et permutando, componendoque XA ad ZA, ſeu ad HA minorem rationem habebit quam arcus ZHOH ad arcum HOH, ſeu p quam VA ad eandem HA; & proinde q XA minor erit quam VA. Quare punctum X in recta TXH exiſtens cadit infra punctum ſpiralis V verſus centrum; & ideo ſpiralem ſecare debuit recta TXH.

n *huius* 8.
o IV. 4.
p *huius* 8
q III.

Simili modo per propoſitionem 9. huius oſtendetur quod inter tangentem HF, & ſpiralem HD ad partes concurſus F, nulla recta linea ad punctum contactus H duci poteſt, quin ſpiralem ipſam ſecet. Quod &c.

AR-

ARCHIMEDIS
DE
CONOIDIBVS ET SPÆROIDIBVS.

QVæ demonſtrantur in egregio libro Archimedis de conoidibus non ſine difficultate, & diuturno ſtudio ſe inueniſſe fatetur ipſemet Archimedes in epiſtola ad Doſitheum. hæc quoque theoremata diuerſa methodo longe faciliori puto me demonſtraſſe.

DEFINITIONES.

I. Si parabola, hyperbola, aut ellipſis rectę manente axe circunducatur, quouſque redeat in locum à quo diſceſſerat. Vocabo ſolidum genitum *Conoidem parabolicum* quod à parabola gignitur. *Hiperbolicum conoide*, quod ab hyperbola. Et *ſpheraidem* quod ab Ellipſi producitur.

II. Et vniuſcuiuſque *Vertex* erit idem punctum ſupremum axis figuræ genitricis.

III. *Baſis* vero erit circulus genitus à reuolutione baſis ſectionis conicæ genitricis erectæ ad axim.

Duo

Duo conoides, aut duo ſphæroides *ſimiles* interſe ſunt, quæ fiunt à ſimilibus figuris genitricibus. IV.

Duæ portiones conoidum, uel ſphæroidũ ſimiles interſe ſunt ſi baſes fuerint circuli, vel ellipſes ſimiles, & axes ſimiliter ad baſium homologas diametros inclinati eandem ad eas proportionem habuerint. V.

PROPOSITIO I. *Tab. V. Fig.* 12. In parabola ABM ſit X latus rectum diametri HBK, & Z ſit latus rectum diametri FCG, ducanturque tangentes verticales BF, CH, ſe ſecantes in N. Dico quod quadratum BN ad quadratum NC eſt vt X ad Z.

A punctis verticalibus B & C ducantur ordinatim applicatæ BGM, CKA ad diametros, nempe parallelæ tangentibus CH, BF, & *a* diametri parallelæ ſunt in parabola. ergo *b* in parallelogramo KF, eſt BK æqualis FC; ſuntque ſegmenta *c* HB, BK æqualia facta à tangente CH & ordinata CK. igitur FC æqualis eſt HB. & eadem ratione C G æqualis eſt BK. quare rectangulum KBX, ſeu *d* ei æquale quadratum KC, vel BF ad rec lum GCZ, ſeu ad ei æquale qua-tum GB, vel CH eandem *e* pro-tionem habebit quam latus rectum X ad latus rectum

a conic. 21. b I. 26. c conic. 32. d con. 23. e IV. 1.

ctum Z, nempe vt baſes rectangulorũ æqualium altitudinum KB, GC. & quia duo latera HB, FC homologa ſunt æqualia & par-la in tri-lis ſimilibus, ergo *f* BN ipſi NF, nec non HN ipſi NC æquale erit, & ideo *g* qua-tum BN ad qua-tum NC erit vt quadratum duplæ BF ad quadratum duplæ HC, ſeu vt latus rectum X ad latus rectum Z quod erat. &c.

f IV.4.
g IV.18

PROPOSITIO II. *Tab. V. Fig.* 13. Si eiuſdem ſpatij parabolici AID duo ſegmenta ABC & DEF habuerint diametros BG, FM æquales. Dico quod ſegmenta ſunt æqualia interſe.

Ducatur parabolæ *a* axis OK, in quo fiat abſciſſa IK æqualis BG, ſeu EH, & ducantur ordinata MKR, & tangens BN, quæ occurat IN in N, & axi in O; & AP ſit perpendicularis ſuper BG productam in P, & iungantur rectæ AB, BC, IM, IR; *b* ſitque, X latus rectum diametri BG, & Z ſit latus rectum diametri, ſeu axis IK. Et quia vt qua-tum tangentis BN ſeu *c* æqualis NO ad quadratum tangentis NI, ſeu vt quadratum GA ad qua-tum AP (ob ſimilitudinem tri-lorum ONI, & GAP) *d* ita eſt latus rectum X ad latus rectum Z; & ob æqualitatem abſciſſarum BG, IK *e*, vt latus rectum

a conic. 28. et 11
b conic. def. 15.
c conic. ex[l] 32. IV. 4.
d hui. 1
e IV. ex 1.

ctum X ad Z ita eſt qua-tum AG ad qua-tum KM. ergo quadratum GA eandem rationem habet ad duo quadrata ex AP & ex KM, & ideo *f* AP æqualis eſt KM, & ſunt ambo perpendiculares AP ad baſim BG productam, & *g* MK ad axim IK. ergo *h* triangula AGB & MIK æquè alta & ſuper æquales baſes BG, IK conſtituta æqualia interſe erunt; & eorum dupla tri-la ABC, MIR æqualia quoque erunt; & inſuper *i* ſegmenta parabolica ABC, MIR quæ illorum triangulorum inſcriptorum ſexquitertia ſunt, æqualia interſe erunt. Eodem progreſſu oſtendetur ſegmentum parabolicum DEF æquale eidem ſegmento MIR. Quapropter ſegmenta ABC & DEF erunt interſe æqualia. Quod &c.

f III.4.

g conic. ex 38.

h IV.1.

i quad. par. 4.

PROPOSITIO III. *Tab. V. Fig.* 14. Si circuli ABCD diameter AC fuerit axis maior alicuius ellipſis AECF. Dico quod elypſis ad circulum eſt vt minor axis eius EF ad circuli diametrum BD.

Ducatur quælibet ordinatim applicata HMI ſeu par-la baſi BG in quadrãtibus circuli BAG & ellipſis EAG. In eiſdem figuris *a* vt rectangulum CGA ad rec-lum CIA, ita eſt qua-tum baſis BG ad quadratum ordinatæ HI, ſicquoque in ellipſi quadratum EG eſt ad qua-tum MI. igitur *b* eorundem quadratorum

a conic. 22.

b IV.18

rum latera ſunt proportionalia, ſcilicet BG ad HI eſt EG ad MI, & permutando vt BG ad EG, ita eſt HI ad MI, & ſic quælibet aliæ ordinatæ vbicumque ductæ fuerint: quare duæ *c* figuræ BAG, & EAG æquæ altæ ſunt proportionaliter analogæ & ideo quadrans circuli BAC ad quadrantem ellipſis EAG erit vt baſis BG ad baſim EG, ſeu vt diameter BD ad diametrum FE. idemque oſtendetur de reliquis quadrantibus quare circulus ABCD ad ellipſim AECF erit vt BC ad EF quare &c.

c quad. par. def. 2. et 2.

PROPOSITIO IV. *Tab. V. Fig.* 15. Duæ quælibet Ellipſes ABCD ad EFGH, ſunt interſe vt rectangulum ſub AC in BD ad rectangulum BG in FH ſub axibus contenta.

Circa diametros maiores AC, EG deſcribantur duo circuli AKC & ELG. Quia *a* ellipſis ABC ad circulum AKC eſt vt BD ad AC, ſeu (ſumpta communi altitudine AC) vt *b* rectangulum BD in AC ad qua-tum AC; eſtque *c* circulus AKC ad circulum ELG vt qua-tum AC ad qua-tũ EG; circulus *d* vero ELG ad ellipſim EFG ſe habet vt quatum EG ad rectangulum ex EG in FH. ergo ex æqualitate ellipſis ABC ad ellipſim EFG eandem rationem habet quam rectangulum AC in BD ad rectangulum EG in FH. Quod &c.

a hui. 3.
b IV. 1.
c V. 12.
d hui. 3.

Co-

Corollarium. Hinc deducitur quod ſimiles ellipſes ſe habét vt quadrata axium maiorum interſe, vel axium minorum.

Quia *e* ſimiles ellipſes habent axes proportionales, & ideo *f* quadrata homologorum axium erunt interſe vt rec-la ſub axibus proportionalibus contenta. *e huius def. 4. f IV.18*

PROPOSITIO V. *Tab. V. Fig.* 16. 17. 18. Si conoides aut ſphæroides ABC ſecetur plano per axim ducto. Dico quod ſectio RBS erit ſimilis & æqualis eidem genitrici figuræ ABC. & ſi ſecetur plano parallelo baſi AC ſectio IRL circulus erit.

Quia ſectio RBS per axim AD facta coincidit & congruit cum ſectione ABC genitrice conoidis vel ſphæroidis; & ideo ſimilis & æqualis erit illi. Quod vero ſectio *a* IRL parallela baſi AC ſit circulus deducitur ex alibi oſtenſis. *a VI. ex 34. et conic. 10*

PROPOSITIO VI. *Tab. V. Fig. eiſdem*. Si conoides, aut ſphæroides ABC ſecetur plano FEH æquidiſtanti axi BD. Dico quod ſectio erit ſimilis figuræ genitrici, & præterea in parabolico ſectio æqualis erit parabolæ genitricis portioni.

H Du-

Ducatur planum RBS æquidi-
ſtans plano FEH quod in paraboli-
a huius.5. co conoide *a* efficiet parabolam RB
S;& à quolibet puncto F ſectionis F
EH ducatur planum perpendicula-
re ad axim BD, quod efficiet circu-
lum IFRLSH cuius centrum K, &
b I1.2. *b* diameter IL ſecabit bifariam &
perpendiculariter rectas FH, RS
c VI. 8. in G & K, cum *c* ſint communes ſe-
9. cor. ctiones planorum æquidiſtantium
FEH, RBS perpendicularium ad
ABC factæ à per-lari plano circuli
IRL. tandem fiat axis abſciſſa BM
æqualis EG, & per M applicetur or-
dinata NO par-la ipſis RS, FH.
d *conic.* Et quia in parabola ABC *d* vt BK ad
ex 21. EG ita eſt rec-lum LKI ad rectan-
gulum LGI, ſeu *e* qua-tum KR ad
e IV. *ex* qua-tum GF, ob ſemicirculum, ſed
9. et 14 in parabola RBS *f* vt eadem BK ad
cor. 2. BM ita eſt idem quadratum KR ad
f *con.21* qua-tum MN. ergo ſicuti EG, BM
æquales factæ fuerunt, ſic *g* pariter
g IV. 18 potentia & longitudine æquales e-
runt GF & MN. & ſunt anguli EG
F, BMN æquales, nempe recti. igi-
tur facta intellectuali ſuper poſitio-
ne puncta FEHG congruent pun-
ctis NBOM. Similiter alia puncta
ſectionis FEH congruent correlati-
uis punctis parabolæ NBO; & pro-
inde figura FEH congruens ipſi
NBO erit quoque ei æqualis &
ſimilis.

In

In conoide poſtea hyperbolico, & ſphæroide facta eadem coſtructione producatur latus tranſuerſum BM, & ei æquidiſtans GEN vſque ad ſectionem MN oppoſitam hyperbolæ ABC per axim ductæ, & latus rectum axis BD ſit BO. Quia *h* rec-gulum NGE ad rec-lum IGL ſeu ad ei æquale quadratum GF, ob ſemicirculum, eandem rationem habet quam latus tranſuerſum MB ad rectum BO, ſeù *i* quam rec-lum MkB ad qua-tum KL, vel KR (ex centro k circuli IRL ductis) & ſic ſemper à quocunque puncto ſectionis FEH ducatur ad axim EG ordinatim applicata par-la FG. Ergo ſectio *l* FEH hyperboles vel ellipſis eſt ſimilis ipſi RBS per axim ductæ, vel figuræ genitrici ABC. quod &c.

h *Conic.* 35.

i *Conic.* 24.

l *Conic. Def.* 19. 20.

PROPOSITIO VII. *Tab. V. Fig.* 19. In conoide hyperbolico ABC planum RFH per cẽtrum R hyperboles genenitricis ABC ductum: efficit hyperbolam non ſimilem genitrici.

Per duo quælibet puncta F, R ducantur duo plana erecta ad axim MB, quæ *a* efficient circulos quorum diametri DC, IL ſunt interſe par-læ & per-lariter & bifariam ſecantes RH, FG productas, quę proinde par-læ quoque interſe e-

a *hui.* 5 *et ex* 6.

runt & per-lares ad ſectionis diametrum EH in eodem ſubiecto plano ACB exiſtentem. Ducantur *b* poſtea per E & B tangentes hyperbolam ABC occurrentes in V & per G, H rectæ AP, KO par-læ tangenti EV & id eo ordinatim applicatę ad diametrum EH, & bifariam ſectæ in H, G. Quia *c* vt qua-tum EV ad qua-tum VB ita eſt rec-lum AHP, ſeu qua-tum AH ad rec-lum DHC, ſeu *d* ad qua-tũ HR ob ſemicirculum DRC; & ſic quoque ſe habet qua-tum KG ad rec-lum IGL ſeu ad qua-tum GF. ergo permutãdo qua-tum AH ad qua-tum KG, ſeu *e* rec-lum NHE ad rec-lum NGE ita eſt qua-tum RH ad quatum FG. Quare *f* figura EFR hyperbole eſt. Poſtea per E ducto plano par-lo axi MBX & per-lari ad planum hyperboles DBC efficiet *g* aliam hyperbolam EST ſimilem figuræ genitrici, cuius vertex E, baſis ST in circulo IFL deſignata, cuius tranſuerſum latus erit QE par-lum axi MX. Et quia latus tranſuerſum NE maius eſt quam QE, ſicuti ER *h* ſemiſsis illius maior eſt quam EZ ſecta ab RZ per-lari ad QE, & obliquè incidens, & ſic EG maior eſt quam ES per-laris ad GS; ergo rec-gulum NGE maius eſt rec-lo QSE, verum qua-tum *i* GF minus eſt qua-to ST centro

b *coni.* 11.
d *conic.* 42.
d. IV. ex 9. et 14. *cor.* 2.
e *conic.* 22.
f *ex eadem.*
g *huj.* 6
h *l.* 20.
i II. 11.

tro X circuli ITL proximiori. Ergo rec-gulum NGE ad qua-tum GF, *l* ſeu latus tranſuerſum ad rectum hyperboles EFG maiorem rationē habet, quam rec-lum QSE ad quatum ST, ſeu quam latus tranſuerſum ad rectum hyperboles ETS. quapropter *m* hyperbolæ FEG & TES non ſunt ſimiles, quæ &c. *l conic. 24.* *m coni. def. 19. 20.*

PROPOSITIO VIII. *Tab. V. Fig.* 20. Si Conoides hyperbolicus BAC contineatur à cono EDF ab aſymptotis deſcripto, & ſecetur à plano AIX par-lo plano DF3 tangente conum. Dico quod ſectio AX4 Parabola eſt ſimilis parabolæ GV quæ in cono efficitur.

A puncto contactus F ducatur circuli EVF diameter FE, quæ *a* cum ſit per-laris ad tangentem F3 erit quoque per-laris ad VI par-lam eidem tangenti; & planum tri-li DEF per axim coni ducti *b* efficiet in parabola GV diametrum GI cuius *c* latus rectum ſit GR. Et quia qua-tum *d* VI, ob ſemi circulum, æquale eſt rec-lo EIF, quod ob parabolam æquale *e* eſt rec-gulo IGR. Ergo æqualia rec-la EIF & IGR ſunt reciproca, *f* & ideo vt EI ad IG, ſeu OA ad AG (ob ſimilitudinem tri-lorum) ita eſt RG ad IF, ſeu ad huic equalem AP (ob par-mum AF) quare rec-gulum *g* OAP ſub *a II. 21. et 2.* *b coni. ex 25.* *c coni. def. 11.* *d IV. ex 9. et 14. cor. 2.* *e conic. 23.* *f IV. 14. et 4.* *g IV. 14 cor. 1.*

extremis 4 pro-nalium æquale eſt rec-lo AGR ſub intermedijs contentum; & erat qua-tum VI æquale
h IV. ex 1. rectangulo IGR, ſeu *h* rec-lo IA in
i IV, 22. cor. GR vna cum rec-lo AGR: pariterque idem *i* qua-tum VI æquale eſt qua-to IX vna cum rec-lo 4VX, ſeu
l IV. 22. *l* rec-lo ZTX, vel potius rec-lo BFC, ob circulum; & hoc poſtre-
m con. 44. mum *m* æquale eſt rec-lo OAP, ob aſymptotos; ergo rec-lum IA in GR vna cum AGR æquantur qua-to IX vna cum rec-lo OAP; & oſtenſa ſunt rec-la OAP, & AGR æqualia. Igitur qua-tum IX æquale eſt rec-lo IA in GR. eadem ratione qua-tum HS æquale erit rec-lo HA in GR; quare permutando qua-tum IX ad qua-tum HS erit vt rec-lum IA in GR ad rec-lum HA in GR, ſeu quam abſciſſa IA ad
n conic. 23. abſciſſam HA, Quapropter *n* puncta X, S, A ſunt in parabola cuius diameter IA & latus rectum eſt RG, quod fuerat quoque latus rectum
o con. def. 19. 29. parabolæ VQG. proindeque *o* æqualis & ſimilis eſſe poteſt parabolæ in cono genitæ. quod &c.

PROPOSITIO IX. *Tab. V. Fig.* 21. Si conoides vel ſphæroides ABCH ſecetur plano ENH neque erecto, neque par-lo axi, dummodo in hyperbolico efficiat ſectionem rotundam. Dico quod ſectio erit Ellipſis.

Du-

Ducatur per axim planum ABC per lare ad planum ENH, & per quælibet puncta F, N in peripheria ſectionis ſumpta extendantur duo plana NAC, & FKL par-la interſe & per-laria ad planum figuræ ABC. patet *a* rectas AC, KL eſſe circulorum diametros interſe æquidiſtantes *a ex hui. 8.* & bifariam & perpendiculariter ſecare rectas NM, FG productas in circulis, & in ſectione ENH applicatas interſe par-las, & proinde recta EGH diameter erit ſectionis ENH. Tandem in figura genitrice ABC ducantur *b* duæ tangentes *b conic. 11.* BO, IO par-læ applicatis AC & EH ſibi occurrentes in O. & ideo *c* re-clum HME ad rec-lum CMA, *c conic. 42.* ſeu ad qua-tum MN, ob ſemicirculum, erit vt qua-tum tangentis IO ad qua-tum tangentis OB. eadem ratione rec-lum HGE ad rec-lum LGK, ſeu ad qua-tum GF erit vt idem qua-tum IO ad idem qua-tum OB, ergo vt rec-glum HME ad qua-tum MN, ita eſt rec-tum HGE ad qua-tũ GF; cumq; hoc ſemper verum ſit erit *d* figura rotunda ENH ellipſis, cum rec-lum HME inæqualeſit rec-lo CMA, ſi- *d conic. 22.* cuti *e* IO non eſt æqualis OB tangenti verticem axis B. quare &c. *e ex conico 40.*

Corollarium I. Conſtat ex tribus præmiſſis propoſitionibus quod in

omnibus figuris ſectiones factæ à planis æquidiſtantibus interſe ſunt ſimiles.

Corollarium II. Præterea colligitur hæc inſignis proprietas horum ſolidorum. Primo quod in ſphæra vnica ſectio gigni poteſt, nempe circulus. 2. In ſpheroide duæ, circulus & ellipſis. 3. in conoide parabolico tres, circulus, ellipſis & parabola 4. in conoide hyperbolico quatuor, circulus, ellipſis, hyperbola & parabola. 5. in cono quinque ſectiones gigni poſſunt, circulus, ellipſis, parabola, hyperbola & triangulus.

PROPOSITIO X. *Tab. V. Fig.* 22. Conoides parabolicus AHBCP, vel eius portio ſemiſſis eſt Cylindri EACF, vel columnaris ſolidi eum compræhendentis; & eſt ſexqui alter coni ABCPeandem baſim ACP, eundemque axem BD habentium.

Secentur omnes figuræ ſolidæ plano per communem axim BD ducto, quod efficiet in cylindro par-grammum EACF, in conoide
a hui. 5. *a* parabolam AHBC, cuius diameter BD, & in cono tri-lum AIBOC; & ducto vbicumque plano HNR ſolida acuminata ſecante par-lo cõmuni baſi APC efficiet in conoide & cono circulos, vel ellipſes HRN, ISQ,

ISO, & rectæ HL, AD erunt ordinatim ad diametrum AD parabolæ applicatæ, in qua *b* vt abſciſſa DB ad BL ita erit qua-tũ AD ad qua-tũ HL, ſeu *c* circulus APC ad circulũ HRN; & in tri-lo BAC vt BD ad BL ita eſt recta AC ad IO. ergo vt circulus APC ad circulum HRN in conoide, ita eſt recta AC ad IO in tri-lo, quare *d* cylinder EAPCF ad conoidem AHBPC, nec non par-grammum EC ad tri-lum BAC ſunt pro-naliter analogæ, æquè altæ & ſuper eaſdem baſes conſtitutæ. igitur *e* conoides AHBCP ad compræhendentem cylindrum EAPCF eandem rationem habet quam tri-lum ABC ad par-mum continentem EC: eſtque *f* tri-lum ABC ſemiſſis par-mi EC. ergo conoides AHBC ſemiſsis eſt cylindri EAFCP; & ideo qualium partium cylinder eſt 6 erit conoides 3 partes; eſtque *g* conus triens cylyndri continentis. igitur conoides ſexqui alter eſt coni. quod &c.

b conic. 21.
c V. 12.
d quad. par. def. 3.
e & ex 3. eius.
f I. 26.
g VI. 29.

PROPOSITIO XI. *Tab. V. Fig.* 23. Eiuſdem conoidis parabolici ABC, ſi portionis CBE axis BD per-laris ad circulum baſis CE fuerit æqualis axi LH inclinato ad ellipſis baſim ARF alterius portionis ALF. Dico portiones CBE, & ALF æquales eſſe interſe.

a *hui.5.* Ducto plano per vtroſque axes deſignabit *a* genitricem parabolam CBA ; & per H ducto plano ORP per-lari ad planum CBA & ad axim BD, erit figura ORP circulus cuius diameter OHP, & ſecet
b *con.* talis circulus baſim conoidis ALF in
22. recta RS, quæ *b* bifariã ſecabitur in centro H baſis, conſtituto in infimo termino axis LH. quare circuli diameter O P biſariam ſecat rectam
c *II.2.* R S in eo applicatam ; & ideo *c*
d *coni.* ad augulos rectos. & ductis *d* tan-
11. gentibus verticalibus BI, LI occurrens axi DB in M, & LN per-lari ad AF, atque AG per-lari ad
e *conic.* LHG. & quia in parabola ABC *e*
42. vt qua-tum tangentis LI, ſeu ei æqualis MI ad qua-tum BI, ita eſt rectangulum AHF ad rec-lum OH P, ſeu qua-tum AH ad qua-tum HR (ob ſemicirculum) ; & oſtenſa
f *hui.2.* fuit *f* AH ad AG, vt MI ad IB. ergo qua-tum AH eandem pro-nem habet ad qua-tum HR, atque ad
g *eadẽ* qua-tum GA, ſeu *g* ad ei æquale
ex. qua-tum DE, quæ æqualis eſt
h *hui* AG. Cumque ellipſis *h* ARFS ad
ex 3. 4. circulum CE ſit vt rec-lum AHR, ſeu ei æquale rec-lum AH in DE
i *IV. 1.* ad qua-tum DE, vel potius *i* vt
4. AH ad DE vel ad AG (ob altitudines æquales AG DE) : eſtque LH ad LN vt HA ad AG (ob ſimilitudinem tri-lorum AGH & LNH)

LNH) ergo ellipſis ARFS ad circulũ CE ſe habet vt LH, ſeu ei æqualis BD ad LN. Quare ellipſis A R F quæ eſt baſis coni L A F ad circulum CE baſis coni BCE eſt reciprocè vt altitudo BD ad LN altitudinem alterius coni. & ideo *l* conus BCE æqualis eſt cono LAF; & proinde *m* conoides BCE & LAF qui ſexquialteri ſunt eorundem conorum ab illis compræhenſorum æquales quoque interſe erunt. quod &c.

l VI. 32.

m *hu*i. 10.

PROPOSITIO XII. *Tab. V. Fig.* 24. In conoide parabolico CBE vna eius portio ALF ad aliam portionem OMP ſe habet vt qua-tum axis LG illius ad huius axis MN qua-tum.

In conoidis axi BD, quę per-laris eſt ad eius baſim CE, ſecetur BH æqualis LG axi conoidis ALF, & & BD fiat æqualis alterius axi MN, & per H, D ducantur plana IK, CE per-laria ad axim BD, & fiant coni CBE, IBK. Quia in parabola genitrice CBE *a* vt abſciſſa DB ad BH ita eſt qua-tum CD ad qua-tum IH, ſeu *b* circulus CE ad circulum IK; eſtque *c* pro-tio coni CBE ad conum IBK compoſita ex ratione circuli baſis CE ad circuli baſim Ik, ſeu ex ratione DB ad BH, & ex ratione altitudinis DB

a *conic.* 21.

b V. 12.

c VI. 32.

ad altitudinem B H, quæ duæ
d IV. 17. pro-nes *d* componunt pro-nem qua-
ti DB ad qua-tum BH; & ean-
e *hui*.10 dem rationem habent conoides com-
f *hui*.11 præhendentes *e* qui ſexquialteri
ſunt eorundem conorum; eſtque *f*
conoides ALF æqualis conoidi BI
K, & conoides OMP æqualis conoi-
di CBE. Ergo conoides ALF ad
conoidem OMP ſe habet vt quadra-
tum BH, ſeu LG ei æquale ad qua-
dratum BD, ſeu ex MN. Quod &c.

DEFINITIO VI. *Tab. V. Fig.* 25. Priſma triangulare ABCDEF
deficiens pyramide triangulari GD
VII. EF, ſcilicet ſolidum ABCDEG vo-
cetur *Priſmatrapetium*.

Et trium laterum æquidiſtantium
AG, BE, CD illud quod decurta-
VIII. tũ eſt nempe AG vocetur *Acies* eius.

Et parallelogramum BD à reli-
quis lateribus parallelis compræ-
henſumvocetur *baſis* priſmatrapetij.

IX. Et BE parallela aciei vocetur *ma-
ior* longitudo, & BC minor eiuſdem
baſis.

PROPOSITIO XIII. *Tab. V. Fig.* 26. Si priſmatrapetium ABD
G, & pyramis ABCDE habuerint
eandem baſim par-mam BD, ean-
demque altitudinem AB. Dico
quod pyramis ad priſma trapetium
eſt vt BE longitudo maior baſis ad
ean-

eandem longitudinem BE vna cum HB ſemiſſe aciei AG.

Per terminum G *a* ducatur planum GLM par-lum triangulo ABC, & planum ALM. erunt diſſectæ quatuor pyramides ACL, quæ inſigniatur litera R, AME quam vocabo X, GME vocabo S, & tandem pyramis AGLM exprimatur litera V. Et quia *b* pyramis S ad æque altam R eſt vt baſis par-ma ME ad CL, ſeu *c* vt EL ad LB (ob communem altitudinem par-morum) & *d* pyramis V ad priſma RV æquè altum & ſuper eadem baſi trianguli GLM eſt vt 1 ad 3. ideo diuidendo V ad R erit vt 1 ad 2, ſeu HB ad BL. quare vniendo antecedentes S & V ſimul ad R erunt vt EL cum HB ad BL; & componendo S, V, R ſimul ſumpta ad R erunt vt tota HE ad LB; ſed *e* pyramis R ad pyramidem æquè altam RX ſe habet vt baſis ad baſim ſeu vt BL ad BE. ergo ex æqualitate ordinata SVR ad RX eſt vt HE ad BE, & inuertendo pyramis RX ad priſmatrapetium SVR eſt vt BE ad HE. Quod &c.

a VI. ex 10.

b VI. 25

c IV. 1.

d VI 28

e VI. 25

PROPOSITIO XIV. *Tab. V. Fig.* 27. Si priſma trapetium ABDF ſectum fuerit plano GHIK par-lo baſi CE. Dico quod totum priſ-petium ad abſciſſum priſ-petium eſt vt LE ſumma longitudinis maioris

baſis

baſis cum ſemiſſe aciei ducta in quadratum NE differentiæ earundem linearum ad ſolidum ex MK ſumma longitudinis baſis maioris ſolidi abſciſſi cum ſemiſſe aciei ducta in quadratum PK differentiæ earundem linearum.

Per ſupremum punctum A ducatur planum ADE efficiens pyramidem ABCDE quæ vocetur R, & planum AIK efficiens pyramidem AGHIK, quæ vocetur S. Et quia
a *VI*.31 pyramis *a* R ad S compoſitam proportionem habet ex rationibus baſium& altitudinũ, ſcilicet *b* ex ratione
b *IV*.13 BE ad GK, & DE ad IK, & NF ad PF, quæ duæ poſtremæ rationes ſunt eędem, ideoque componunt proportionem quadrati NE ad quadratũ PK (ob ſimilitudinem triangulorum FED, FKI & FEN, FKP). ergo pyramis R ad pyramidem S eſt vt productum ex BE in quadratum NE ad productum ex GK in quadratum PK.

c *hu.* 13 Poſtea quia *c* priſ-petium ABDF ad pyramidem R eſt vt LE ad EB,
d VI.32 *corol.* ſeu vt *d* productum ex LE in quadratum NE ad productum ex BE in idem quadratum NE, & oſtenſa fuit pyramis R ad S vt productum ex BE in quadratum NE ad productum ex GK in qua-tum PK; eſtque tandem
e *hu*.13 *e* pyramis S ad priſm-petium AGIF vt productum ex GK in quadra-

dra-

dratum PK ad productum ex MK in qua-tum PK. igitur ex æqualitate ordinata priſm-tium ABDF ad priſtium AGIF ſe habet vt productum ex LE in quadratum NE ad productum ex MK in quadratum PK. Quod &c.

PROPOSITIO XV. *Tab. V. Fig.* 28. Si Priſmatrapetium ABDG, & conoides hyperbolicus AHMO habuerint baſes BD & HOM in eodem plano, & eandem altitudinem AB, atque baſis BD longitudo maior BF æqualis ſit EB ſummæ axis AB & EA lateris tranſuerſi hyperboles genitricis, ſitque acies AG æqualis AE & BC æqualis axi BA. Dico quod priſm-tium ad conoidem eandem proportionem habet quam baſis BCDF ad circulum baſis HOM.

Per punctum R vtcumque ſumptum in axe AB ducatur *a* planum ISL æquidiſtans plano communi baſium HCF; hoc ſane efficiet in conoide *b* circulum cuius diameter IN, in priſ-petio parallelogramum SL, & coniungatur recta EG. & quia EB eſt æqualis BF, & EA æqualis AG, quæ parallela eſt ipſi BF. ergo *c* EGF vna recta linea eſt; & ideo in tri-lo EBF recta RL parallela baſi BF æqualis *d* eſt ipſi ER, ſicuti EB æqualis erat BF. ſimiliter in trian-

a VI. ex 10.

b huj. 5.

c IV. ex 3. 4.

d IV. 4.

triangulo ABC recta RS æqualis erit RA, ſicuti CB æqualis fuerat
e VI.9. corol. AB (eo *e* quod RS, BC, & RL, BF ſunt parallelæ cum ſint communes ſectiones æquidiſtantium planorum factæ à planis ABC, EBF) quare rectangulum EBA æquale eſt rec-lo CBF, & rectangulũ ERA æquale eſt rec-lo SRL; eſtque in hi-
f conic. 22. perbola *f* vt rectangulum EBA ad rec-lum ERA ita quadratum HB ad
g V.12. quadratum IR, ſeu *g* ita circulus HM ad circulum IN, eſtque punctum R vt cumque ſumptum in communi altitudine AB ſolidorum igi-
h quad. par. def. 24. tur *h* priſ-petium ABDG & conoides hyperbolicus AHM ſunt figuræ proportionaliter analogæ; ideoque
i eius. 2 *i* priſ-petium ABDG ad conoidem hyperbolicum AHM ſe habebit vt baſis illius BCDF ad baſim huius circulum HOM. Quod &c.

PROPOSITIO XVI *Fig. eadem*

In eodem conoide hyperbolico AHM ſecto à plano ISN par-lo baſi HOM, & lateri tranſuerſo AE addita EP æquali ſemiſſi eiuſdem AE, vel aciei AG. Dico quod conoides AHM ad abſciſſum conoidem AIN eſt vt productum ex PB in quadratum AB ad productum ex PR in quadratum AR.

a ex hu: 15. Quia conoides AHM & priſ-tium ADBG *a* ſunt figuræ æquealtæ proporportionaliter

por-

portionaliter analogæ, & ſic quoque conoides AIN & priſtium AL SG, ergo ſunt interſe vt baſes, ſcilicet circulus HM ad parallelogrammum BD eſt vt circulus IN ad parallelogramum SL; eſtque *b* quadratum HB ad circulum HM, vt quatum IR ad circulum IN. ergo ex æquali, vt quadratum HB ad rec-lũ BD, ſeu ad ei æquale rec-lum EBA, ita erit qua-tum IR ad rec-lum SL, ſiue ERA, & proinde *c* conoides A IHM ad priſ-petium ADBG erit vt conoides AIN ad priſ-tium ALSG, & permutando conoides AHM ad conoidem AIN erit vt priſ-tium ADBG ad priſ-tium ALSG, erat autem *d* priſ-tium ADBG ad priſ-tium ALSG vt ſolidum ex PB in quadratum AB, (ſcilicet ex ſumma longioris baſis BF æqualis EB cum ſemiſſe aciei AG, ſeu AE in quadratum differentiæ laterum BF, AG, quæ æqualis eſt ipſi AB) ad ſolidnm ex PR in qua-tum AR, ergo pariter conoides AHB ad conoidem AIN erit vt ſolidum PB in qua-tum AB ad ſolidum PR in quadratum AR. Quod &c.

b V. ex 12.

c ex hu. 15.

d hu. 14.

PROPOSITIO XVII. *Tab. V. Fig.* 28. Si eidem conoidi hyperbolico AHMN inſcribatur conus AH M eadem baſı & axe. Dico conoidem ad conum eſſe vt PB ad EB.

In

In annexo priſ-petio ADBG ducto plano ADF fiat pyramis ABD:&
a VI.25 & 27. quia conus *a* AHM ad pyramidem ABD æque altam eſt vt circulus baſis HM ad parallelogramum baſis CF; & eaſdem baſes habent conoides AIHM,& priſpe-tium ADBG.ergo
b *hu.*25 *b* conoides ad priſ petium eſt vt conus AHM ad pyramidem ACF, & permutando conoides AIHM ad conum ſibi inſcriptum erit vt priſ-tium ADBG ad pyramidem ACF. fuit
c *hu.*23 vero *c* priſ-petium ADBG ad pyramidem ACF vt PB ad EB. ergo conoides AIHM ad conum AHM eſt vt PB ad EB. Quod &c.

PROPOSITIO XVIII. *Tab. V. Fig.* 29. Si ſphæroides BAEC & ſphæra NOPQ, vel earum ſegmenta ABC, ONQ æquè alta compræhenſa fuerint à planis BN, EP, AC OQ inter ſe par-lis,& pro-liter axes ſecantibus. Dico quod figuræ ſunt pro-liter analogæ.

Per axes BE, NP ducto plano efficiet ellipſim ABCE cuius diameter tranſuerſa erit BE; & in ſphæra efficietur circulus ONQP
a II.28 cuius diameter NP per-laris *a* erit ad rectam OQ, & ad tangentes BN, EP; quæ ſunt communes ſectiones planorum æquidiſtantium: ductoque alio plano HLTX parallelo ip-
b VI.11 ſis AC, OQ *b* pro-liter ſecabit axes in

in I, S: & ideo *c* rec-lum EDB ad rec-lum EIB erit vt rec-lum PRN ad rec-lum PSN, ſed *d* prædicta rectangula eandem rationem habent quam quadrata ordinatarum. ergo qua-tum AD ad qua-tum HI ſe habet vt qua-um OR ad qua-tum TS, & ſic *e* quoq; erunt circuli aut ellipſis ex ijſdem radijs; quare permutando circulus vel ellipſis AC ad circulũ OQ eſt vt figura rotunda HL ad circulum TX, ſuntque ſolida æquà alta & ſectiones factæ ſunt vtcumque pro-liter in I, S à planis par-lis baſibus & tangentibus planis. igitur tã *f* ſolida BA EC, NOPQ, quam portiones ABC, ONE ſunt figuræ prop-liter analogæ. Quod &c.

c IV. *ex* 18.

d *conic.* 22.

e V. 12. *et hu.* 4.

f *quad. par. d.* 2

PROPOSITIO XIX. *Tab. V. Fig.* 30. Si in ſegmento ABC ſphæroidis BAEC inſcriptus ſit conus eadem baſe AC, eodemque axe BD; & fiat EH æqualis ſemiſſi axis ſphæroidis EB. Dico quod ſegmentum ſphæroidale ABC ad conum BAC, eſt vt HD ad DE.

Ponatur ſphæra NOPQ inter eadem plana BN, EP parallela tangentia vtrumque ſolidum, erit idem ſphæræ axis *a* NP per-laris ad eadem plana tangentia, & producto plano AC efficiet in ſphæra *b* circulum OQ, ſuper quem fiat conus NOQ verticem in N habens, & HI duca-

a *VI. ex* 9. *cor.*

b *VI. ex* 34.

ducatur par-la ipſis EP, ACQ, BN. patet quod ab eiſdem *c* pa-lis ſecantur rectæ BH, NI in eiſdem rationibus, & ideo IP æqualis eſt medietati axis NP. Et quia duæ figuræ ſphæroidis AB & ſphæræ ONR ſegmenta æquè altæ ſunt *d* proportionaliter analogæ, ergo ſunt *e* interſe vt baſes. Similiter quia coni BAC, NOQ ſunt æquè alti *f* erunt interſe vt eædem baſes AC, OQ planæ, quare portio ſphæroidis ABC ad portionem ſphæræ ONQ erit vt conus BAC ad conum NOQ, & permutando ſingulæ portiones ad conos ſibi inſcriptos pro-les erunt; ſed *g* ſphæræ portio ONQ ad conum NOQ ſibi inſcriptum eſt vt IR ad RP, ſeu vt HD ad DE. igitur portio ſphæroidis ABC ad conum ABC ſibi inſcriptum ſe habet vt HD ad DE. Quod erat &c.

c IV.2.
*d hu.*18
*e quad. par.*2.
f VI.27
g ſphær cil. ex 22.

AR-

ARCHIMEDIS

De æquèponderantibus, ſeu de centris grauitatum planarum figurarum, & ſolidarum.

OPus Archimedis de æquèponderantibus, epiſtolã non habet agitque de centris grauitatũ planarũ figurarum, rectilinearum, circuli ellipſis, & ſpatij parabolici. nos vero ne dum hæc, ſed etiam tradimus centra grauitatum ſolidorum, & faciliori methodo quam plana ab Archimede, ſolida à recentioribus Maurolico, Commandino, Valerio & Galileo expoſita ſunt.

DEFINITIONES.

I. Graues magnitudines voco eas quæ præditæ ſunt vi motiua deſcendendi deorſum, ſiue reipſa, ſiue ope intellectus eis attributa.

II. Grauia eiuſdem generis voco lineas interſe, vel ſuperficies, aut corpora interſe comparata. Et homogenea voco quorũ pondera proportionalia ſunt magnitudinibus eorum.

III. Centrum grauitatis vnius cuiuſque

que magnitudinis eſt punctum intra eam poſitum, à quo ſi appenſum fuerit quieſcit, nec reuoluetur,

IV. *Tab. VI. Fig.* 3. Diſtantiæ duorum grauium GH, & KM ab inuicem, & à communi fulcimento C ſunt rectæ AC, CB quæ exiſtunt in eadem recta linea rigida AB, quæ *libra* vocatur.

V. *Tab. VI. Fig.* 10. Duo puncta L & N in ſimilibus figuris ABD, FGI dicuntur ſimiliter poſita à quibus binæ quælibet rectæ lineæ LB, NG ad homologa latera BA, GF inclinatæ ad angulos æquales ſunt proportionales ſegmentis homologis earundem.

VI. *Tab. VI. Fig.* 4. In qualibet figura plana BAC in qua ex vertice B duci poteſt linea recta BD bifariam ſecans omnes rectas in figura applicatas parallelas baſi AC, vel tangenti verticali. Vocetur talis recta BD *axis* figuræ.

VII. *Tab. VI. fig.* 13. 14. Et in qualibet ſolida figura ABCD in qua à vertice A duci poteſt recta linea AE tranſiens per centra grauitatum omnium planarum ſectionum æquidiſtantium baſi BCD, vocetur *Axis* ſolidi.

VIII. *Fig. eiſdem*. Et in duabus figuris in apicem deficientibus, ſiue homogeneis, ſiue non, quarum axes AE, Ae ſint æquales, ſi ſemper baſes B

CD

CD ad ſectiones par-las & æquè remotas à baſibus fuerint vt axes ad æquales abſciſſas ab illis. Vocentur Figuræ *ſimilares*.

Et in eis puncta I & i pro-naliter axes diuidentes, vt homologa ſint quæ vertices attingunt. Vocentur puncta ſimiliter poſita in axibus figurarum. IX.

SVPPOSITIONES.

Lineas & ſuperficies præditas eſſe grauitate ſui generis concipere poſſumus. Sicuti enim linea quanta eſt ſolummodo longitudine, & ſuperficies quanta eſt etiam in latum, corpus vero etiam in profundum; ſic quoque lineam grauem eſſe longitudine tantum concipere poſſumus, ſuperficiem ſortiri grauem planitiem, corpora ſolidam grauitatem habere, quam ſolam ſenſu percipimus, ſicuti ſola quantitas corporea ſenſibus innoteſcit. I.

Si graue ſuſpenſum vel innixum in puncto eius firmo quieuerit, centrum grauitatis eius exiſtet in recta per ſuſpenſionis punctum ducta perpendiculariter ad horizontem erecta. II.

Duas graues magnitudines interſe æquales pendentes ex æqualibus diſtantijs à fulcimento, æquè ponderare & quieſcere. ratio enim ſuadet III.

det

det vt vna alteri non præponderet.

IV. *Tab. VI. Fig.* 1. 2. Si quælibet recta linea AD fulciatur à puncto eius intermedio E quieſcet æquilibrata. Et ſi quodlibet parallelogrammum ABCD horizontaliter extenſum fulciatur à recta linea EF ſecante ſpatium AC & eius oppoſita latera AD, BC, bifariam; ſpatium AC quieſcet æquilibratum.

Et ſi quodlibet paral-pedum BEGD fulciatur à plano SXP per-lari ad horizontem bifariam ſecante ſolidum & omnia eius plana & latera æquidiſtantia AD, BC, FG, EQ: ſolidum quieſcet æquilibratum,

In quolibet enim caſu magnitudines æquales, ſimiles, & ſimiliter poſitæ pendent ex æqualibus diſtantijs à fulcimento.

V. *Tab. VI. Fig.* 10. Equales & ſimiles figuræ planæ vel ſolidæ FGH, fgh interſe ope intellectus coaptatis, centra grauitatum earum ſibi mutuo congruent. Et in eiſdem centra grauitatũ ſimiliter poſita ſunt.

VI. Omnis figuræ cuius perimeter fuerit ad eaſdem partes cauus in *tab. VI. fig.* 23. Vt eſt cylindrus RTZR à quo ablatus ſit conus RSR, centrum grauitatis cadit extra ambitum figuræ intra cauitatem RSR. in reliquis intra figuram exiſtit.

VII. Eiuſdem figuræ planæ vel ſolidæ vnicum punctum ſolummodo eſt cē-

trum

trum grauitatis, circa quod figura ſuſpenſa quieſcet æquilibrata.

Si duæ figuræ homogeneæ conſtitutæ fuerint circa idem centrum grauitatis: etiam earum differentiæ centrum grauitatis erit idem ac totius. VIII.

Vt *Tab. VI. Fig.* 10. Si L fuerit centrum grauitatis compræhendentis figuræ ABCD & compræhenſæ f g h i etiam ſpatij differentialis centrum grauitatis erit idem punctum L.

PROPOSITIO I. *Tab. VI. Fig.* 1. Cuiuſlibet parallelogrammi AB CD, centrum grauitatis exiſtit in puncto I axim EF bifariam ſecante.

Quia *a* EF axis eſt par-grammi ABCD, ergo ſecat bifariam oppoſita latera AD, BC interſe parallela, & ideo *b* parallelogramma AF, & FD æqualia ſunt. quare ſi ſpatium *c* AC fulciatur à recta EF in plano horizontali extenſa quieſcet æquilibratum, ſed quieſcit *d* quoque idem ſpatium AC ſuſpenſum ex centro grauitatis eius, quod *e* vnicum punctum eſt. ergo centrum grauitatis ſpatij AC in aliquo puncto rectæ EF exiſtit.

a *def.* 6
b I. 30.
c *sup.* 4
d *def.* 3.
e *sup.* 7

Poſtea ducto alio axe GH diuidet EF bifariam in I, & vt prius centrum grauitatis ſpatij AC exiſtet

in aliquo puncto rectæ GH. igitur in axium EF, & GH communi ſectione I exiſtit centrum grauitatis, vbi nimirum bifariam ad inuicem ſecantur. Quod &c.

PROPOSITIO II. *Tab. VI. Fig.* 2. Cuiuſlibet Paral-pedi AG centrum grauitatis eſt punctum in quo quilibet eius axis bifariam ſecatur.

Tria latera circa ſolidum angulum B ſecentur bifariam in punctis R, S, T, per quæ ducantur tria plana parallela oppoſitis baſibus, patet
a VI.30 quod à plano SXN ſecatur *a* ſolidum AG in duo par-peda AX, XD æqualia interſe & ſimilia; cum ſint æque alta & ſuper eandem baſim X
b *ſup*.4 SN conſtituta, quare ſi *b* fulciantur à plano SXN perpendiculari ad horizontem quieſcet ſolidum AG æ-
c *def*.3. quilibratum, ſed *c* quieſcit quoque ſuſpenſum à ſingulari centro grauitatis eiuſdem. ergo tale centrum exiſtit in plano SXN.

Secundo à plano TVI ſecatur ſolidum AG in duo par-peda VD & VC æqualia & ſimilia, ergo amborum grauitatis centrum exiſtit in plano ea fulciente TVI; & ideo in eorum communi ſectione KL prædictum grauitatis centrum exiſtit. ſimili ratione centrnm grauitatis totius AG exiſtit in plano RHI ſecante rectam KL bifariam in O, & ideo

ideo punctum O erit centrum grauitatis ſolidi AG. Et quia recta KL eſt communis ſectio planorum SKL, & TVI ſecantium bifariam latera par-morum AC, & EG. ergo puncta K & L ſunt centra grauitatum eorundem planorum, & proinde K L axis erit, & ſecatur bifariam in O. igitur patet propoſitum.

PROPOSITIO III. *Tab VI. Fig.* 3. Si plana, aut ſolida grauia R & S ſuſpenſa fuerint in terminis A & B libræ AB non grauis, quæ fulciatur in C, ſitque diſtantia BC ad AC reciprocè vt pondus R ad S. Dico pondera in tali libra quieſcere æquilibrata. ſcilicet punctum C eſſe amborum commune centrum grauitatis.

Secetur BD æqualis AC, & BF producta fiat æqualis BD, atque AE fiat æqualis AD. & quia AC eſt æqualis BD addita communi CD, erit AD æqualis CB, & ideo *a* vt BC ad CA, ſeu vt R ad S, ita erit AD ad DB, ſeu dupla ED ad duplam DF. & ſuper ED tanquam axim fiat par-grammum vel paralpedum GH æquale ſibi homogeneo R; *b* erit A centrum grauitatis ſpatij GH, ſeu ei æqualis R; ſimiliter ſuper axim D F fiat par-mum H L æquale ſpatio S ſi fuerit planum, vel par-pedium ſi S fuerit ſolidum, a *III*.2. b *hui*.I. & 2.

 & erit

& erit quoque B centrum grauitatis ſpatij HL ſeu ipſius S. Et quia ſpatium GH, ad HL ſibi homogeneum, ſeu R ad S ſe habet vt axis ſeu vt
c ex IV 1. VI. 28. altitudo ED ad DF *c* ergo ſpatia GH & HL ſuper æquales baſes conſtituta erunt, & ideo vnicum parallelogramum, vel vnicum par-pedũ erit GLM, cuius axis EF bifariam ſectus erit in C (eo quod æqualibus EA & CB adduntur æquales AC
d *hui.* 1 & 2. & BF) & proinde *d* C erit centrum grauitatis ſpatiorum homogeneorũ GH, & HL, ſiue R & S pendentium ex terminis libræ A & B. igi-
e *def.* 3. tur *e* æquilibrata quieſcet.

Idipſum ſequetur quomodocumque ſpatia GH & HL reuoluantur & quamcumque figuram acquirant, dummodo eorum centra grauitatum ex eiſdem punctis A, & B pendeant.

Si poſtea R & S fuerint lineæ, idem ſequetur, ſed oportet ſumere libram AB æqualem medietati ipſarum R, S. Quare &c.

Corollarium. Colligitur ex conſtructione huius propoſitionis quod ſemper centrum grauitatis C totius alicuius grauis GM cadit in loco intermedio eiuſdem rectæ AB coniungentis centra grauitatum A & B partium eius GH & HL. Et in eadem recta linea AC coniungente

A cen-

A centrum portionis GH, & C centrum totius GM exiſtit quoque in eius productione CB centrum B grauitatis reliquæ portionis HL vltra centrum C totius GM.

PROPOSITIO IV: *Tab. VI. Fig.* 4. In qualibet figura plana ABC in apicem deficiente & axim BD habente, ſiue triangula, ſiue multi latera ſiue ſectione conica. Dico quod centrum grauitatis figuræ exiſtit in eius axe BD; & è contra recta per verticẽ B & per centrũ grauitatis figuræ ducta erit axis eius.

Si enim hoc verum non eſt ſit O centrum grauitatis figuræ ABC poſitum extra axim BD; & per puncta O & C ducantur rectæ OY & C P parallelæ ipſi BD; & *a* inſcribatur figura X ex parallelogrammis æquè altis compoſita ad quam figura ABC minorem proportionem habeat quam DC ad CY; & ſit N centrum grauitatis inſcriptæ figuræ X, quod *b* cadet in BD axi omnium par-morum conponentium figuram inſcriptam, cum ſecet bifariam omnes baſes oppoſitas eorum; & coniungatur recta NO ſecans CP in R, eritque figura ABC ad ſibi inſcriptam X in minori ratione quam NR ad RO, ſeu quam *c* DC ad C Y, ob parallelas ND, OY, RC. quare diuidendo *d* congeries trili- neo-

a *quad. par.* 1.

b *huius ex* 1.

c IV. 2.

d *III.* 14 *cor.*

neorum ambientium inſcriptam X ad eandem figuram X habebit minorem rationem quam NO ad OR. igitur illa congeries trilineorum ad figuram X erit vt NO ad aliquam OS maiorem quam OR. & ideo in libra NS centrum grauitatis figuræ inſcriptæ X ſuſpenditur in N, & centrum totius ABC eſt punctum
e hui. 3. O *e*. Igitur centrum grauitatis reliquæ portionis ſcilicet congeriei trilineorum erit punctum S extra cauam figuram ex trilineis compoſi-
f ex ſup 6. tam quod *f* eſt impoſſibile. ergo centrum grauitatis figuræ ABC non cadit extra axim BD. Quod &c.

Sit poſtea N centrum grauitatis figuræ ABC & à vertice per N ducatur recta BND. Dico BD ſecare biſariam baſim AC & omnes ei parallelas. & proinde axim eſſe.

Si enim hoc verum non eſt, alia recta BE ex vertice B ducta intra figuram ſeparata à recta BD erit axis. ergo (ex prima parte) in E B vt in G erit centrum grauitatis figuræ, quod infra verticem B cadere debet; & ideo figura ABC habebit duo grauitatis centra G & N.
g ex ſup 7. quod *g* eſt abſurdum. Quare &c.

PROPOSITIO V. *Tab. VI. Fig.* 5. In quolibet triangulo BAC cuius axis BE ſectus ſit in F vt portio BF verſus verticem ſit dupla reliquæ F E. Dico

E. Dico punctum F eſſe centrum grauitatis trianguli.

Ducatur recta CD ſecans bifariam latus AB in D, quæ ſecet axim BE in H. erit *a* quoque CD axis *a def.6.* trianguli. & quia tam *b* in axe BE *b hui.4* quam in CD exiſtit centrum grauitatis eiuſdem trianguli ABC. ergo exiſtet in H communi eorum ſectione. Quod vero puncta F & H coincidant ſic oſtendetur. Ducta EG parallela ipſi CD. erit proportio *c* BH *c 11.21* ad HE, ſeu BD ad DG compoſita *cor. IV.* ex ratione æqualitatis BD ad DA & *3. 4.* ex ratione AD ad DG, ſeu *d* ex ra- *d IV.2* tione CA ad eius ſubduplam CE (ob parallelas GE, DC) igitur BH ad HE habet rationem duplam; & fuit BF dupla ipſius FE. ergo punctum H cadit ſuper F. ideoque centrum grauitatis trianguli ABC erit punctum F. Quod &c.

PROPOSITIO VI. *Tab. VI. Fig.* 6. 7. In qualibet figura plana regulari, circulo aut ellipſi ABCD, ſit centrum figuræ punctum I. Dico in eis centrum grauitatis eſſe idem punctum I.

In circulo, ellipſi, & in planis parilateris ducantur duo axes angulos oppoſitos coniungentes AC, BD ſe mutuò ſecantes ad rectos angulos in *a* centro I figuræ: pariterque *a V. ex* in polygonis imparium laterum du- *3. & 6.*

cantur duo catheti AC, BD ab an-
gulis biſſecantes latera oppoſita.
b V. ex quæ ſe mutuò ſecabunt *b* in I centro
7. figuræ, & quia qualibet AC, *c* BD
c IV. ex ſecat bifariam omnes rectas appli-
4. et co- catas parallelas baſi vel rectæ ſub-
nic. 20. tendenti angulum verticis. ergò tam
21, AC quàm BD eſt axis, & in *d* eis
d huius ex 4. exiſtit centrum grauitatis figuræ.
igitur in eorum communi ſectione I nempe in centro figuræ exiſtit centrum grauitatis vnius cuiuſque figuræ ABCD.

PROPOSITIO VII. *Tab. VI. Fig.* 8. In qualibet figura plana rectilinea ABCDE reperire centrum grauitatis.

Diuidatur figura in triangula AEB, BEC, CDE, & ab angulo verticali E communi ducantur rectæ EF, EG, EH ſecantes bifariam baſes oppoſitas, & diuidantur ſingulæ in
a hui. 5 I, K, L in proportione dupla erunt *a* puncta I, K, L centra grauitatum eorundem triangulorum, & coniuncta recta IK ſecetur in N vt KN ad NI ſit reciprocè vt triangulum ABE ad triangulum BEC. igitur pun-
b hui. 3 ctum *b* N erit centrum grauitatis quad-lateri ABCE. poſtea coniuncta NL ſecetur in O, ita vt LO ad ON ſit vt ABCE ad triangulum E
c eadem CD. erit *c* O centrum grauitatis figuræ ABCDE. Quod &c.

PRO-

PROPOSITIO VIII. *Tab. VI. Fig.* 9. In Priſmatis & quibuſlibet columnaribus figuris ACE rectis, quarum axes GH bifariam ſecti ſint in I. Dico punctum I eſſe earum centrum grauitatis.

Quia GH ponitur axis columnæ ACE, ergo *a* GH tranſit per centra grauitatum baſium, quæ ſint G & H, & per centra grauitatum omnium ſectionum æquidiſtantium baſibus. Poſtea innitatur columna recta ſuper punctum H centrum grauitatis baſis, exiſtente axi GH perpendiculariter erecto ad horizontem, *b* quieſcet proculdubio columna, eo quod tota ſuperficies baſis BCD eiuſque partes premuntur perpendiculariter à partibus columnæ æque altis ſimiliter poſitis & proportionalibus ſubiectis partibus baſis. quare centrum grauitatis columnæ exiſtet in eodem axe HG. Ducatur deinde planum LKM parallelum baſibus per punctum I ſemipartitionis, & reuoluta columna vt fulciatur à plano LKM per-riter ad horizontem erecto *c* quieſcet quoque columna, & ideò centrum grauitatis eius exiſtet in plano LKM, ſed erat in axe GH. ergo in communi eorum ſectione I exiſtet centrum grauitatis columnæ ACE. quod &c.

a def. 7.

b sup. 2

c sup. 4.

PROPOSITIO IX. *Tab. VI. Fig.* 10. 11. Si duæ figuræ planæ ſimiles ABCD, & FGHI habuerint puncta L & N ſimiliter in eis poſita, & L ſit centrum grauitatis figuræ ABCD. Dico N eſſe quoque centrum grauitatis alterius figuræ FGHI.

a hui.6 Et primo in figuris regularibus, circulis, & ellipſibus centrum *a* grauitatis L eſt idem ac centrum figuræ. ergo punctum N ſimiliter poſitum ac eſt L erit centrum figuræ FGH, & ideo centrum grauitatis eius.

Secundo in figuris non regularibus & parabolis ex punctis L, N ad vertices, & ad omnes angulos æquales figurarum coniungantur rectæ lineæ

b def.5. vt ſunt LA, NF &c. ergo *b* circa æquales angulos LCD, NGI eſt LC

c IV.6. ad CD vt NG, ad GI; & ideo ob *c* triangulorum ſimilitudinem erit angulus DLC æqualis angulo ING, & ſic reliqui. Et ſectis L f æqualis NF, Lg æqualis NG, & ſic reliquæ, compleatur figura f g i, erit hæc æqualis ipſi FGI, & ſimilis figuræ ACD, cui ſimiliter poſita eſt. ergo

d def.5 punctum *d* L eſt ſimiliter poſitum in concentricis figuris ACD & f g i; & ex hypotheſi erat L centrum grauitatis figuræ ACD. ergo extenſis per

e sup.4. L rectis AM, CO *e* quieſcet figura ſuper has lineas æquilibrata; ſed ſuper eiſdem rectis AM, CO quieſ-

cunt

cunt æquilibratæ partes collaterales figuræ f g i, quæ ſimiles, proportionales, & ſimiliter poſitæ ſunt ac partes laterales figuræ ACD. igitur centrum grauitatis figuræ f g i in eadem communi ſectione L earundem rectarum A M, B O exiſtit: verum *f* centrum grauitatis figuræ FGI congruit cum centro L figuræ f g i æqualis & ſimilis illi; & tale punctum eſt N ſimiliter poſitum ac eſt L. igitur punctum N eſt centrum grauitatis figuræ FGI. Quod &c. *f sup.5*

PROPOSITIO X. *Tab.VI. Fig.* 12. Si in pyramide, cono, conoide, hemiſphærio, aut ſolido pro-naliter in apicem deficiente ABCD. ducatur à vertice A ad O centrum grauitatis baſis BCD, recta linea AO, quæ ſecet in I ſectionem FGE parallelam baſi vbicumque ductam. Dico punctum I eſſe centrum grauitatis figuræ FGE; & AO axem ſolidi.

Et primo ſolida figura *a* ſit conus, hemiſphærium aut conoides, conſtat BCD & EFG eſſe circulos, cumque *b* O ſit centrum tam grauitatis, quam figuræ in circulo BCD, ergo alterius circuli EGF punctum I erit quoque centrum grauitatis. *a conic. 10. et conoid. 5. b huj.6*

Secundo ſolidum ſit pyramis, & per rectam AO, & per coniunctas

OB, OD extendantur duo plana, quæ efficiant triangula AOB, AOD ſecantia reliquum planum EFG parallelum baſi pyramidis *c* in rectis IE, IG parallelis ipſis OB, & OD, pariterque in EG parallela ipſi BD (cum ſint ſectiones æquidiſtantium planorum factæ à planis per verticem A ductis) ergo *d* tri-la IEG, OBD ſimilia ſunt, & vt OB ad BD ita eſt IE ad EG. idemque oſtendi poteſt de reliquis extenſis à punctis O, I ad perimetra figurarum BCD, EFG. quare *e* puncta O, I ſimiliter poſita ſunt in eiſdem figuris ſimilibus; & erat punctum O centrum grauitatis figuræ BCD. igitur *f* punctumI erit quoque centrum grauitatis figuræ EFG. cumque recta AO tranſeat per centrum grauitatis cuiuſlibet ſectionis æquidiſtantis baſi, erit *g* AO axis ſolidi ABCD. Quod &c.

c VI.9. corol.
d IV.7.
e def.5.
f hui.9.
g def.7

PROPOSITIO XI. *Tab. VI. Fig.* 13. 14. Si quælibet figura ſolida ABCD in apicem A deficiens habuerit axem AE. Dico quod centrum grauitatis eius in aliquo puncto axis AE exiſtit: & è conuerſo.

Nam ſi primum verum non eſt, cadat centrum grauitatis ſolidi ABCD extra axim vt in F; & à punctis F, & D in plano EAD ducantur rectæ FG, DH parallelæ axi AE;

& *a* inſcribatur figura gradata R compoſita ex priſmatis aut cylindris æquè altis, ad quam ſolidum ABCD minorem pro-tionem habeat, quam ED ad DG. erit *b* gradatæ figuræ R centrum grauitatis in communi axi AE, qui *c* tranſit per centra grauitatum omnium baſium priſmatum, vel cylindrorum componentium gradatam figuram R. & ducta recta IFO ſecet DH in L. Oſtendetur, vt in prop. 4., quod punctum aliquod O libræ IFO poſitum extra cauitatem figuræ differentialis figurarum ABCD & R eſt centrum grauitatis eiuſdem ſolidi differentialis. quod *d* eſt impoſſibile. quare centrum grauitatis F ſolidi ABCD cadit in aliquo puncto axis AE.

a *Quad par. 1.*

b *huius ex 2.*

c *huius def. 6.*

d *sup. 6*

Tranſeat poſtea recta AE per I centrum grauitatis figuræ ABCD. Dico AE eſſe *e* axim, ſcilicet tranſire per centra grauitatum baſis & omnium planarum ſectionum baſi æquidiſtantium.

e *def. 7*

Si enim hoc verum non eſt, ſit alia recta AN axis, & *f* in ea erit centrum grauitatis figuræ; & proinde in vtraque linea AE & AN exiſtit centrum grauitatis, quæ cum cadant infra verticem A intra figuram ABCD. Erunt duo diſtincta centra grauitatum in eadem figura quod *g* eſt falſum. Quare &c.

f *ex parte 1.*

g *sup. 5.*

Scholium. Idipſum etiam verifica-

rificatur in figuris ad oppoſitas partes deficientes vt ſunt ſphæroides, & romboides: immo in ipſomet cono. (tab. VI. fig. 25.) EFG ſi ex H centro circuli baſis FG ducatur planũ æquidiſtans tangenti plano EFK conſurgent duo ſolida deficientia ad oppoſitas partes, quorum vnius vertex erit punctum G, alterius vero acies erit FE; & in vtriſque ſectiones plano tangenti par-læ vt
h Con. def. 12. ſunt ABC, abc erunt *h* parabolæ, quæ, vt poſtea patebit, ſecari poſſunt ab eodem axe GL in punctis O, o ſimiliter poſitis, quæ ſunt centra grauitatum earum.

PROPOSITIO XII. *Tab. VI. Fig.* 15. In tri-lo ABC ſi rectæ BE, CD ſecantes latera fecerint ſegmentum CE duplum reliqui EA, & BD duplum DA. Dico BF ipſius FE, atque CF triplam fore FD.

Ducatur EH par-la FD. Quia
a IV. 2. BF ad FE, *a* ſeu ob par-las BD ad
b III. 21. cor. DH *b* compoſitam pro-tionem habet ex ratione BD ad DA, quæ eſt dupla vt 6 ad 3 & ex ratione AD ad
c IV. 2. DH, *c* ſeu ex ſimili pro-tione AC ad CE (ob par-las DC, HE) quæ
d III. 19. pro-tio eſt vt 3 ad 2. Ergo *d* BF ad FE eandem rationem habet compoſitam ex 6 ad 3, & ex 3 ad 2; proindeque erit vt 6 ad 2, nempe BF tripla erit ipſius FE, eadem ra-

ratione CF tripla erit ipſius FD. quod &c.

Corollarium. Hinc patet quod ſi in tri-lo ABC ductæ fuerint duę rectæ BE, CD ſe ſecantes intra tri-lum in F. ſemper pro-tio BF ad FE compoſita erit ex ratione BD ad DA, & ex ratione AC ad CE, vt homologa in eiſdem terminis B & E conueniant.

PROPOSITIO XIII. *Tab. VI. Fig.* 16. 17. In pyramide ABCD ſi eius axis AE ſecetur in F vt portio ad verticem AF ſit tripla reliquæ FE. Dico punctum F eſſe centrum grauitatis pyramidis.

Et primo ſit pyramidis baſis BCD tri-lum, ſeceturque BD bifariam in H, iunganturque rectæ CH, AH, quæ *a* axes tri-lorum erunt, in quibus ſecentur CI dupla IH & AL dupla LH. erunt *b* puncta I & L centra grauitatum tri-lorum BCD, & ABD. & iunctis AI, CL hæ *c* erunt axes pyramidis; & erat AE axis, ergo AE, & AI coincidunt; cumq; axes AE, CL ductæ ſint intra tri-lum AHC ſe mutuò ſecabunt vt in O. & quia centrum *d* grauitatis pyramidis exiſtit tam in axe AE quam in axe CL. ergo in eorum communi ſectione O exiſtet. Cumque in tri-lo AHC duæ rectæ

a Def. 6.

b hui. 5

c hui. 10.

d hui. 11.

AE,

AE, CL ab angulis A, C ductæ ſecent latera CH, AH in pro-ne dupla. igitur axis AE *e* portio AO tripla eſt reliquæ OE; & ex hypotheſi AF tripla erat FE. ergo puncta O & F coincidunt; & ideo F eſt centrum grauitatis pyramidis tri-laris ABCD.

e huius 12.

Secundo, in figura 17. ſit E centrum grauitatis polygoni ABCDG, erit *f* AE axis pyramidis prædictæ; & ſecta in tri-gulares pyramides ABCD, AGBD, in qualibet earum axes AI ſecentur in eadem pro-tione tripla in O, o punctis, quæ erunt, ex prima parte, centra grauitatum earundem pyramidum; & per puncta O, o ducto plano par-lo baſi GCD ab *g* eo ſecabitur axis AE in F in eadem pro-tione tripla; eritque *h* centrum grauitatis totius in recta linea O, o coniungente centra grauitatum partium; & centrum grauitatis totius erat quoque in axe AE qui in plano tri-li IAI exiſtit (cum recta ſit IEI centra baſis & partium eius coniungens) ergo erit in communi ſectione F in quo puncto ſecabatur in ratione tripla. quare &c.

f huius 10.

g VI. 11

h huius 3 cor.

LEMMA I. *Tab. VI. Fig.* 18. 19. 20.

Si duo ſolida inæqualia in apicem deficientia ABC, & KMOG fuerint pro-liter analoga, circa eundem

dem axem AD ſimiliter conſtituta. Dico quod differentia ſolidorum eſt figura ad eaſdẽ partes caua, cuius centrum grauitatis cadit infra verticem A, in axi AD poſito intra figuræ cauitatem.

Quia figuræ ſolidæ ABC & KMOG ſunt prop-liter analogæ circa communem axem AD in apicem vel aciem deficientes. ergo figuræ *a* ſunt interſe vt baſes, & ſectis vbicumque à plano NPS par-lo baſibus in eodem plano GHL exiſtentibus, ſemper *b* plana figura NPS ad figuram TRV erit vt baſis GM ad baſim BC; & illarum *c* centra grauitatum X exiſtent in communi axe AD ſolidorum. Quare exceſſus vel defectus cuiuslibet figuræ planæ NS ſupra TRV erit figura caua, licet non ſemper continuata, cuius *d* centrum grauitatis erit punctum X in axe AD conſtitutum, proindeque axis AD tranſit per centra grauitatum omnium differentiarum earundem figurarum planarum NPS, TRV, quæ duci poſſunt parallelæ baſibus. & ideo ſolida differentia corporum ABC & KMG erit figura ad eaſdem partes caua, cuius axis erit AD. & quia *e* centrum grauitatis talis figuræ ad eaſdem partes cauæ intra eius cauitatem exiſtit. igitur cadet in aliquo pũcto poſito inter terminos A & D eiuſ-

a *quad. par. 2.*

b *eiuſdem def. 2.*

c *huius def. 7.*

d *ſup. 8*

e *ſup. 6*

ciuſdem axis, quod &c.

PROPOSITIO XIV. *Tab. VI. Fig.* 21. 22. 23. Si duæ figuræ ſolidæ æquè altæ RTZ, & ABC in apices R, A deficientes fuerint prop-liter analogæ, & in RTZ cognitus ſit locus V centri grauitatis eius. Dico in figura ABC centrum grauitatis diuidere axim AD in F in eadẽ ratione ipſius RV ad VS. Oportet autem vt figura RTZ ſit illius ſpeciei in qua cenrrum grauitatis ſimiliter in axi ponitur, vt ſunt pyramides, priſmata, & cylindri excauati.

Si enim punctum F non eſt centrum grauitatis figurę ABC, ſit punctum E infra F poſitum. & fiat figura KGLHY æquè alta, & eiuſdem ſpeciei ac eſt RTZ circa axim AD, ita vt KGLHY ad eius exceſſum ſupra ABC maiorem pro-nem habeat quam AE ad EF. ergo aliqua ME maior quam AE erit ad EF vt KGLHY ad eius exceſſũ ſupra ABC. & diuidendo MF ad FE erit vt figura ABC ad exceſſum figuræ KGLHY ſupra ABC. & quia in libra ME ſupponitur E centrum grauitatis figuræ ABC contentæ, & F eſt centrum grauitatis totius figuræ KGHY (cum *a* ſit eiuſdem ſpeciei ac eſt RTZ, & punctum F ſimiliter poſitum ſit in

a huí. 13. et 8

axe

axe AD, ac eſt V in RS) ergo *b* M erit centrum grauitatis exceſſus figuræ kGHLY ſupra ABC; eſtque talis exceſſus figura *c* caua ad eaſdem partes D, igitur eius centrum grauitatis cadit in M extra cauitatem talis figuræ, quod *d* eſt impoſſibile. non ergo punctum E infra F poſitum eſſe poteſt centrum grauitatis figuræ ABC.

b *hui.3*

c *lem.1*

d *sup.6*

Sit ſecundo centrum grauitatis ABC in I poſito ſupra F, & inſcribatu r figura aONb æquè alta, & eiuſdem ſpeciei ac eſt RTZ circa eundem axim AD, ita vt figura ABC ad eius exceſſum ſupra inſcriptam figuram aONb maiorem rationem habeat quam AF ad FI. ergo aliqua maior quam AF vt eſt MF erit ad FI vt ABC ad eius exceſſum ſupra aONb quare diuidendo MI ad IF erit vt figura aONb ad prædictum exceſsũ.& vt prius concludetur, quod exceſſus ſolidi ABC ſupra aONb centrum grauitatis eſt punctum M poſitum extra eius cauitatem. vnde ſequitur quod centrum grauitatis ſolidi ABC nõ cadit ſupra neq;infra punctũ F.& proinde in F exiſtet grauitatis centrum, &c.

PROPOSITIO XV. *Tab.VI.Fig.* 21. In quolibet cono ABC centrum grauitatis E abſcindit portionem

ED

ED baſi contiguam, quæ quarta pars eſt axis AD.

Fiat pyramis RTZX æque alta ac eſt conus, ſitque eius axis RS ſegmentum infimum VS pars quarta ipſius RS: erit *a* V centrum grauitatis pyramidis: ſuntque duo ſolida RTZ, ABC æquè alta prop-liter analoga. ergo *b* eorum centra grauitatum ſunt ſimiliter poſita in axibus, & centrum grauitatis V pyramidis ſecabat quadrantem axis VS à baſi. ergo punctum E ſimiliter axim coni abſcindens centrum grauitatis eius erit, quod &c.

a hui. 13.

b hui. 14.

LEMMA II. *Tab. VI. Fig.* 24. Si in parabola CAc adſcriptæ fuerint duæ gradatæ figuræ R, & S ex par-mis æquè altis compoſitæ, ſitquè X centrum grauitatis parabolæ. Dico quod centrum grauitatis circumſcriptæ figuræ R cadit ſupra X verſus A vt in k; & centrum grauitatis figuræ inſcriptæ S cadit infra X vt in L.

Quia in parabola *c* abſciſſæ ſunt in duplicata ratione ordinatim applicatarum. ergo qualium AH eſt 4 partes erit AK partes 8. & ordinata EH ad MK erit vt radix quata 2 ad illius radicem quæ eſt minus quam 3. & *d* ſic erit par-mum HP ad par-mum KQ (ob æquales alti-

c conic. 21.

d IV. 1.

altitudines;) & ideo eorum diffe-rentia ſcilicet par-mum EQM minus erit quam 1. eſtque *e* triliineum AEP triens par-mi PH quod erat 2 partes, ergo trilineum AEP eſt duæ tertiæ vnius partis,& trilineum EMQ minus erit ſemiſſe vnius partis,quare trilineum AEP maius erit quam EMQ; pariter trilineum AGH maius erit trilineo GNY, & ſic reliqua trilinea proximè ſequentium maiora erunt. Quia vero parabola CA'c eſt figura ad apicem A deficiens ergo centrum grauitatis X cadit infra medietatem axis AB (eo quod *f* in par-mo centrum præciſe axim bifariam ſecat); e contra quia ſeries trilineorum circumſcriptorum eſt figura extenuata ad partes Cc, in ea centrum grauitatis cadit ſupra medietatem axis AB ad partes A vt in H. ergo centrum grauitatis totius figuræ circumſcriptæ R cadet *g* inter X & H vt in K; proindeque K cadet ſupra X verſus A.

e quad. par. ex 4.

f huius 1

g hui. ex 3.

Poſtea quia ſeries trilineorum AGH, GNY &c. eſt figura extenuata ad partes Cc, in ea centrum grauitatis cadit ſupra medietatem axis AB verſus A,& ideo ſupra X. ergo centrum grauitatis reliquæ portionis parabolæ, ſcilicet figuræ inſcriptæ S cadet *h* in directum infra centrum grauitatis X totius para-

h huius ex 3.

rabolæ vt in L. quare &c.

LEMMA III. *Tab. VI. Fig.* 24. Parabolæ cuilibet CAc adſcribi poſſunt duæ figuræ gradatæ R, S ex par-mis æquè altis compoſitæ, ita vt diſtantia centrorum grauitatum earundem minor ſit qualibet data linea.

Diuiſo axe AB in partes æquales *a* vt quelibet earũ BL, vel LK minor ſit qualibet propoſita linea, & compleantur adſcriptæ figuræ R & S. Quia inſcripta S eſt æqualis, & ſimilis circumſcriptæ R abſque infimo par-mo, ergo *b* earum centra grauitatum ſimiliter poſita ſunt in axibus æqualibus AL, & HB; & ideo diſtabunt interſe eodem interuallo, quo vertices axium ab inuicem recedunt. igitur ſi punctum L eſt centrum grauitatis inſcriptæ figuræ S erit K centrum figuræ R abſque infimo par-mo: verum centrum integræ figuræ circumſcriptæ R cadit *c* infra punctum K vt in X ob additamentũ par-mi infimi, & ſupra L (cũ *d* inter talia centra mediet centrum grauitatis parabolæ) ergo diſtantia centrorum erit LX minor quam LK, & ideo multo minor qualibet propoſita linea. quod &c.

a quad. par. 1.

b *Sup. 5 hui. 4.*

c hui. ex 3.

d hui. lem. 2.

LEMMA IV. *fig. eadem.* Si duæ parabolæ communem axim AB habue-

buerint & vnius DA d centrum grauitatis ſit X. Dico alterius CAc eſſe quoque X grauitatis centrum.

Si hoc verum non eſt ſit Z centrum grauitatis parabolæ CAc; & vtrique *a* adſcribantur binæ figuræ gradatæ ex par-mis æquè altis numero æqualibus compoſitæ, nempe R, T circunſcriptæ, & S, V inſcriptæ, ita vt diſtantia inter centra grauitatum K ipſius T & L figuræ V minor ſit quam recta XZ. cumque *b* X centrum grauitatis parabolæ DA d cadat inter K & L centra adſcriptarum figurarum T & V. ergo punctum Z cadit infra punctum L & extra rectam KL. Poſtea quia in vtriſque parabolis CA c, DA d tam *c* ordinata MK ad EH, quam IK ad FH ſunt vt eadem abſciſſa KA ad AH; ergo illæ ordinatæ interſe pro-nales ſunt, & proinde *d* par-mum MH ad par-mum EA erit vt par-mum IH ad par-mum FA; & eorumdem *e* centra grauitatum exiſtunt in ſemipartitionibus ſegmentorum KH, HA æqualium axis. ergo centra grauitatum par-morum MH, EA congruunt cum centris par-morum IH, FA, & ſic reliqua omnia. quare centrum grauitatis figuræ R exiſtit in eodem puncto K centro grauitatis figuræ T. eodem modo oſtendetur quod centrum grauitatis

a lem. 3.
b *lem.* 2
c *conic.* 21.
d IV. 1.
e *hui.* 1

tis

tis figuræ S congruit cum centro
f lem.2 L figuræ V. igitur *f* centrum grauitatis parabolæ CAc cadit inter púcta K & L. non ergo Z erit centrum grauitatis eiuſdem parabolæ quod cadit extra KL. quare patet propoſitum.

PROPOSITIO XVI. *Tab. VI. Fig.* 25. In quolibet ſpatio parabolæ ABC ſi diameter BD ſecetur in X, vt portio BX verſus verticem ſexquialtera ſit reliquæ XD. Dico punctum X eſſe centrum grauitatis ſpatij ABC.

Si hoc verum non eſt, ſit aliud punctum O centrum grauitatis parabolæ ABC, quod efficiat ſegmentum BO diametri habens ad OB maiorem proportionem quam 3 ad 2. &
a conic. 29. deſcribatur *a* conus EFG circa parabolam ABC, cuius trianguli per axim baſis FG ſit diameter circuli FAG, & per-lariter ſecet baſim parabolæ AC in D; eritique parabo-
b conic. 21. læ *b* diameter BD parallela lateri coni EF, & plano tangenti EFK; & ſic in qualibet alia parabola a b c par-la ipſi ABC; & eodem axe BD
c conic. 25. fiat *c* parabola RBS ſimilis a b c erit
d lem.4 *d* O centrum grauitatis quoque parabolæ RBS; & ducto coni axe EH ſecabit FG bifariam in H, & coniuncta GOL ſecet EH in I. & quia parallelæ BD, b d, EF ſecantur à tri-

tribus rectis *e* GE, GL, GF ergo il- *e IV.4*
læ ſecantur in ijſdem rationibus; &
ideo ſicut BO maior eſt quam ſex-
quialtera OD, ita b o ad o d, EL
ad LF habebunt maiorem rationem
quam 3 ad 2; & ſecantur omnes pa-
rabolæ in punctis axium O, o ſimi-
liter poſitis, quorum O ſupponitur
centrum grauitatis parabolæ ABC
& RBS, & ideo *f* ipſius a b c ſimi- *f hui.9.*
lis ipſi RBS. Igitur recta GL tran-
ſit per centra grauitatum omnium
ſectionũ æquidiſtantiũ plano tãgen-
ti EFK; & ideo *g* GL axis erit coni;
& proinde pũctum I concurſus axiũ *g def.7*
erit centrum grauitatis coni EFG
(cum in vtroque *h* axe exiſtat). *h hui.11 corol.*

Poſtea quia duæ rectæ EH, GL
ſe ſecant intra tri-lum in I *i* ergo
pro-tio EI ad IH compoſita eſt ex *i hui.12*
ratione EL ad LF quæ eſt maior
quam 3 ad 2, & ex ratione FG ad
GH, quæ eſt vt 2 ad 1. Quare EI ma-
ior erit quã tripla ipſius IH, proin-
deque punctum I quod oſtenſum
fuerat centrum grauitatis coni EFG
ſecat axim in pro-ne maiore quam *l hui.15*
tripla, *l* quod eſt falſum. igitur
punctum O non eſt centrum graui-
tatis parabolæ ABC. eadem ratio-
ne ſegmentum BO ad OD non ha-
bebit minorem pro-tionem quã 3 ad
2. Igitur centrum grauitatis parabolę
ABC eſt id ipſum punctum X in quo
ſit BX ad XD vt 3 ad 2. quod erat
&c. K PRO-

PROPOSITIO XVII. *Tab. VI. Fig.* 26. 27. In quolibet conoide parabolico ABC, ſi axis AD ſecetur in E vt portio ad verticem tendens AE ſit dupla reliquæ ED. Dico punctum E eſſe centrum grauitatis ſolidi ABC.

Fiat priſma RTZ baſis cuius tri-laris VTY ſit æquè alta ac eſt conoides; & à vertice R bifariam ſecante aciem VP ad S centrum grauitatis par-grammi TZ coniungatur recta
a *hui.* 10 RS, hæc quidem erit *a* axis ſolidi RTZ in aciem VP deficientis, eritque *b* figura pro-liter analoga
b *qua. par. def.* 2. conoidi ABC (eo quod ſectis vbicumque axibus AD, RS pro-liter in N, & H, & ductis ſectionibus FG, IL par-lis baſibus ſemper in
c *conic.* 21. parabola *c* qua-tum BD ad quatum FH, ſeu *d* circulus BC ad
d V. 12. circulum FG ſe habet vt DA ad AH, ſeu vt SR ad RN, & (ob æquales altitudines TX, LK in priſmate) vt par-grammum TZ ad par-mum IL: & reperiatur *e* cen-
e *hui.* 8. trum grauitatis priſmatis O, quod exiſtet in axe coniungente centra grauitatum tri-lorum VTY, PXZ,
f *hui.* 14. ergo *f* centra grauitatum in vtroque ſolido ſunt ſimiliter in axibus poſita; verum centrum *g* O grauitatis
g *hui.* 5. 6. priſmatis tri-laris RTZ diuidit axim in pro-ne dupla. igitur punctum E diuidit axim in eadem

pro-

pro-tione, cum facta ſit AE dupla ipſius ED. ergo E eſt centrum grauitatis conoidis A B C. quod &c.

PROPOSITIO XVIII. *Tab.VI. Fig.* 28. Si duæ pyramides homogeneæ contrapoſitæ GABC & GD EF habuerint omnia latera ad communem verticem G pertingentia æqualia interſe, & bina quæque homologa ſint in directum poſita. Dico centrum grauitatis commune ambarum pyramidum eſſe punctum G communis verticis.

Sint O & R centra grauitatum in vtroque ſolido, quæ diuident *a* axes GH, GI in pro-tione tripla. & quia omnia latera in directum conſtituta ſe mutuò ſecant in communi vertice G, erunt bini quique anguli contrapoſiti in eodem plano exiſtentes æquales interſe. Ergo anguli ſolidi ex eis compoſiti ad verticem G conuenientes ſunt quoque æquales, & omnia latera ibidem concurrentia ſunt æqualia, igitur facta intellectuali applicatione *b* pyramides ſibi mutuo congruent; & proinde erunt æquales & ſimiles, atque centra grauitatum quæ ſimiliter poſita in eis ſunt pariter ſibi mutuo congruent, & ſic quoque axium ſupremæ portiones OG, GR æquales,

a *hui.* 13.

b *def.* 5.

les, ſimiliterque poſitæ ſunt, & ideo in directum conſtitutæ erunt, quare in libra OR ex centris grauitatum O,R ſuſpenduntur duæ pyramides æquales. ergo *c* centrum grauitatis aggregati earundem erit punctum intermedium G. quod &c.

c ſup.3

PROPOSITIO XIX. *Tab. VI. Fig* 29. 30. 31. Cuiuslibet corporis regularis AGFB ſphęræ, & ſphæroidis A D C B centrum grauitatis eſt idem ac centrum figuræ.

Regularibus corporibus *a* circunſcribantur ſphæræ ADCB, quarum axes AC, centra H. & primo in tetraedro, quia *b* axis ſphæræ AC ad eius altitudinem ſeu axim AE eſt vt 3 ad 2, ſeu vt 6 ad 4, eſtque radius AH 3 partes earundem. ergo pyramidis ABGF axis AE quadruplus eſt portionis infimæ HE; & propterea punctum H *c* erit centrum grauitatis eiuſdem pyramidis.

a VII. ex 6. *b VII.1* *c huius 13.*

Secundo in cubo & in reliquis figuris ſolidis regularibus. Quia vnumquodquè eorum diuiditur in tot pyramides vertices in ſphæræ centro habentes quot ſunt facies, ſeu figurę planæ regulares ſolidum complectentes, quæ æquales, & ſimiles inter ſe ſunt, & binæ quæque contrapoſitæ pyramides ſolidum componentes habent latera homo-

loga

loga & axes in directum poſitos, & decuſſatos in centro ſphæræ. Ergo *d* centrum grauitatis cuiuslibet paris pyramidum contrapoſitarum in centro ſphæræ & figuræ exiſtit. Quare compoſiti ex omnibus pyramidibus vertices in centro ſphærę habentibus centrum grauitatis exiſtit in eodem centro ſphæræ & figuræ. *d hui. 18.*

Tertio in ſphæra & ſphæroide ABCD axes AC, BD ad inuicem per-res ducti ſint per centra figurarum E, e; & ſecentur ſolida à quibuslibet planis ad axes AC a c, per-dicularibus, fient *e* circuli quorum centra *f* grauitatum exiſtent in axibus eiſdem, & proinde centra grauitatum ſolidorum in eiſdem axibus A C a c, exiſtent. pari ratione centra grauitatum eorumdem ſolidorum exiſtent in axibus B D, b d. igitur in eornm communi ſectione E, ſcilicet in centris figurarum earundem centra grauitatum exiſtent. quæ erant &c. *e con. 5.* *f hui. 6.*

PROPOSITIO XX. *Tab. VI. fig.* 32. In Priſma trapetio ABCDEG in quo MD exceſſus longitudinis maioris DC ſupra aciem AG æqualis ſit latitudini baſis ED. Reperiri debet cétrum grauitatis eiuſdem ſolidi.

Ducto plano GLM par-lo tri-lo ABC, in priſmate tri-lari ALCG per centra grauitatum K, O baſium tri-larium ABC, GLM ducto axe KO, & ſecto bifariam in P. & per P ducto alio axe FPH par-lo AN axi
a hui. 5 et 8. tri-li baſis, erit *a* P centrum grauitatis priſmatis ALCG, & FP erit dupla ipſius PH, & ideo qualium partium FH eſt 12 erit PH 4 partes. in pyramidea poſtea GLMDE
b hui. 13. ducto axe GR *b* centrum grauitatis quod ſit Q diuidet axim in protione tripla, & ducta QT par-la PO erit quoque FT tripla TH, & ideo qualium FH & 12 erit *TH* 3 partes, & proinde PT erit duodecima pars altitudinis FH, & eſt quarta in ordine ab H. tandem coniuncta PQ fiat QV ad VP vt triplum AG, ſeu CM ad duplum MD. Dico punctum V eſſe centrum grauitatis ſolidi ABCDEG. Ducatur VS par-la ipſis TQ, PO.
c IV. 2. 2. erit *c* TS ad SP vt QV ad VP compleatur deinde priſma tri-lare LX ME, erit pyramis *d* tri-laris GD
d VI. 28. EX pars tertia priſmatis LXME, & proinde eiuſdem priſmatis erit pyramis GLMDE duæ partes tertiæ:
e VI. 30. & eſt *e* priſma AMBG ad priſma XMEG vt altitudo CM ad MD, (cum habeant communem baſim) ſeu vt triplum CM ad triplum MD.
f III. 19. ergo *f* priſma AMBG ad pyramidem

den GMDEL erit vt triplum CM ſeu AG ad duplum MD; & erat QY ad VP, ſeu TS ad SP vt tres AG ad duas MD. igitur punctum *g* V erit centrum grauitatis totius priſ.trapetii. quod &c. *g hui.3*

PROPOSITIO XXI. *Tab. VI. Fig. 33.* In conoide hyperbolico ACD, ſit NO duodecima pars axis ſolidi AB, ſed quarta in ordine à baſi BC, & eius infima portio OI ad IN ſit vt triplum lateris tranſuerſi EA ad duplum axis AB. Dico quod punctum I eſt centrum grauitatis conoidis ACD.

Fiat priſ-trapetium AHBG eodem axe AB, & acie AG æquali lateri tranſuerſo EA hyperboles genitricis ACD, & par-mum baſis LF habeat longitudinem LB æqualem EB, & latitudinem BF æqualem axi AB, erunt *a* conoides CAD, & priſ-petium AHBG figuræ æquè altæ proportionaliter analogæ quare ducta PI parallela GA per centra grauitatum ſolidorum quæ ſupponatur eſſe puncta P & I, diuidet eorum axes KM, AB in eiſdem rationibus in punctis P & I. Sed, ex præcedenti, in quolibet priſpetio cuius baſis longitudinis maioris LB exceſſus ſupra aciem AG æqualis eſt latitudini BF eiuſdem baſis, centrum grauitatis P diuidit *a conoid. ex 15.*

axis KM vnciam quartam à baſi, ita vt pars infima homologa OI ad ſupremam homologam IN ſit vt triplum AG, ſeu EA ad duplum BF,
b *hu*.14 ſeu BA. ergo pariter conoidis hyperbolici ACD centrum grauitatis diuidit eius axim AB ſimiliter. ideoque punctum I erit centrum grauitatis conoidis ACD. Quod &c.

LEMMA V. *Tab. VI. fig.* 34. Si ex cylindro KGLO, auferatur conus KDO, eodem axe & ſuper eadem baſi cylindri conſtitutus. Dico quod centrum grauitatis cylindri excauati, diuidit communem axem in S, vt AS ad SD ſit vt 5 ad 3.

Secetur AD bifariam in H, &
a *hui*·8 AN ſit quarta pars ipſius AD, *a*
15. erit H centrum grauitatis cylindri, & N erit centrum grauitatis coni:
b VI.29 eſtque *b* conus tertia par cylindri eiusdem axim & baſim habentis. ergo cylindrus excauatus duplus eſt ſibi
c *hui*.3. inſcripti coni; & proinde *c* cuiuſlibet cylindri excauati centrum grauitatis abſcindet portionem axis HI quæ ſemiſſis eſt HN. igitur qualium partium AD eſt 8 erit AH 4, & AN 2 partes, & HI vna pars. Quare tota AI eſt 5, & ID 3 partes. ergo puncta I & S coincidunt. poindeque punctum S erit centrum grauitatis cylindri excauati, quod diuidit axim vt AS ad SD ſit vt 5 ad 3. Quod &c.

PRO-

PROPOSITIO XXII. *Tab. VI. Fig.* 35. In Hemiſphærio, vel ſemiſphæroide ABC, axis BD, ſi portio ſuprema BG ad GD fuerit vt quinque ad tria. Dico punctum G eſſe centrum grauitatis eiuſdem ſolidi ABC.

Eodem axe BD, & eadem baſe AC deſcribatur cylindrus excauatus EADFC, ſcilicet dempto cono ED F; & extenſo plano per axim BDR efficiet in ſphæra circulum, *a* in ſphæroide ellipſim BARC, & ducto vbicumque plano LQ parallelo baſi AC efficiet in ſphæra *b* vel ſphæroide circulum vel ellipſim NO ſimilem baſi AC, & in cylindro excauato efficiet zonam rotundam LM, QP. Et quia in coni triangulo ED F vt *c* recta EF ad MP, ita eſt BD ad HD; ergo vt *d* circulus vel ellipſis EF ad ei ſimilem figuram rotundam MP, ita eſt quadratum BD ad qua-tum HD, & per conuerſionem rationis, vt *e* figura rotunda EF, ſeu AC ad Zonam LM, QP ita erit qua-tum BD, ſeu rectangulum RDB ad rec-lum RHB, & ita quoque *f* erit quadratum ordinatæ AO ad qua-tum NH, vel *g* figura rotunda AC ad ei ſimilem figuram NO. quare baſis AC ad ei ſimilem figuram NO, & ad Zonam LMQP eandem proportionem habet. & hoc

a *conoid.* 5.
b *eadē*
c IV. 4.
d V. 12.
e V. 22.
f *conic.* 22.
g V. 12.

contingit vbicumque planum LQ ducatur. igitur ſolidum ABC & cylindrus excauatus AEDFC ſunt

h *quad. par. def.* 2. *h* figuræ æquè altæ proportionaliter analogæ; & proinde in eis *i* centra

i *hu.* 14. grauitatum ſimiliter diuidunt communem axim BD, ſcilicet in eodem

l *lem.* 5. puncto: ſed in cylindris *l* excauatis qualis eſt AEDFC centrum grauitatis diuidit axim vt pars ſuprema ad infimam ſit vt 5 ad 3. quod contingit in puncto G. ergo hemiſphærij vel ſemiſphæroidis centrum grauitatis eſt punctum G. Quod &c.

PROPOSITIO XXIII. *Tab. VI. Fig.* 36. Si conoides parabolicus AGDE ſecetur à plano BPC parallelo baſi AED. Dico quod conoides AGD ad conoidem BGC eſt vt quadratum axis GH ad quadratum axis GI.

Fiant duo coni AGD, BGC circa axes, & ſuper baſes conoidum,

a VI. 31. & quia *a* pro-tio coni AGD ad conum BGC componitur ex ratione circuli AED ad circulum BPC, & ex ratione axis HG ad axim IG; eſtque *b* pro-tio baſis ad baſim eadẽ

b *conic.* 21. quam habent axes (cum vtraque ſit duplicata applicatarum AD, BC in

c IV. 17 parabola) & duæ pro-tiones *c* HG ad GI, & eiuſdem HG ad GI cõponunt rationem qua-ti HG ad qua-tũ GI. igitur vt qua-tum HG ad quatum

tum GI ita eſt conus AGD ad conũ BGC, ſeu *d* conoides AGD ad conoidem BGC, qui ſexquialteri ſunt conorum ſibi inſcriptorum. quod &c. *d con. 10.*

LEMMA VI. *Tab. VI. Fig. 37.* Si quælibet recta linea AB ſecetur vtumque in C, & tota eiuſque ſegmenta ſecentur in ijſdem rationibus in punctis D, E, F, vt ſcilicet AB ad BD, ſit vt AC ad CE, & vt BC ad CF. Dico ED æqualem eſſe BF.

Quia portio AC ad CE eſt vt reliqua portio BC ad CF. ergo *a* colligendo homologa, tota AB ad totam EF, erit vt vna ad vnam, ſeu vt eadem AB ad BD. igitur FE æqualis eſt ipſi BD, & addita vel ablata communi FD, erit ED æqualis BF. *a III. 15.*

PROPOSITIO XXIV. *Tab. VII. Fig. 1.* In tri-li vel conoidis parabolici fruſto ABCD ſi eius axis IH duæ partes tertiæ HO ad portionẽ ſupremam LN trientis axis GH totius figuræ baſi AD proximi, fuerit vt differentia qua-torum ex AD, & ex BC ad qua-tum ex BC. Dico punctum N eſſe centrum grauitatis fruſti.

In complemento figuræ BGC fiat axis GI triplus portionis IK, ſi-

cut ſupponitur axis G H triplus
a lem 6 HL, & HI triplus IO. erit *a* KL
æqualis HO. & quia in tri-lis &
conoidibus parabolicis ſimilibus A
b IV. 18. GD & BCG *b* vt qua-tum baſis
AD ad qua-tum baſis BC, ſiue vt
qua-tum axis H G ad qua-tum
axis GI, ita eſt tri-lus AGD ad
c huius 23 tri-lum BGC, & ita *c* quoque eſt
conoides A G D ad conoidem B
GC, ergo diuidendo vt differen-
tia quadratorum ex A D & ex
BC ad qua-tum ex BC, ſeu ex hy-
potheſi vt HO, vel ei æqualis KL
ad LN ita eſt fruſtum ABCD ad
d huius 17. figuram BGC; eſtque *d* L centrum
grauitatis totius AGD, cum GL
ſit dupla LH, & pariter K eſt cen-
trum grauitatis figuræ partialis B
e huius 3 GC. igitur *e* N erit centrum gra-
uitatis reſidui fruſti ABCD. quod
&c.

PROPOSITIO XXV. *Tab. VII. Fig. 2. 3.* In pyramidis, aut coni fru-
ſto AFDB ſi eius axis IH ſubſexqui
quartũ HO ad LN portioné ſupre-
mam infimi quadrantis HL axis
GH integri ſolidi, fuerit vt diffe-
rentia cuborum ex lateribus baſium
ad cubum ex baſis latere minore.
Dico punctum N eſſe centrum gra-
uitatis fruſti.

In complemento GBCF totius
figuræ fiat kI quarta pars axis GI,

ſicut

ſicut ſupponitur LH quadrans axis GH, & IO quadrans axis IH; vnde *a* KL æqualis erit HO, & L *b* erit centrum grauitatis ſolidi GA DE. pariterque K erit centrum grauitatis pyramidis aut coni GB CF. & quia in ſimilibus ſolidis *c* vt cubus ex baſis latere AD ad cubum ex latere BC ita eſt pyramis, vel conus GADE ad ſibi ſimilem ſolidum GBCF: ergo diuidendo vt differentia cuborũ,ex AD ex BC ad cubum ex BC ſeu ex hypotheſi vt HO, vel ei æqualis KL ad LN, ita eſt fruſtum AFDB ad ſolidũm GB CF; eſtque L centrum grauitatis totius ſolidi GADE, & K eſt centrum grauitatis ſolidi partialis BG CF. igitur *d* N erit centrum grauitatis reſidui fruſti AFDB. quod erat &c.

a *lem.*6 b *hui.* 13.15. c VI. 37. d *hui.*3

PROPOSITIO XXVI. *Tab.VII. Fig.*4. Si ex parabola CBD ſecetur alia parabola EBG à recta EG parla baſi CD. Dico quod parabola CBDad parabolã EBG eſt vt cubus ex baſi CD ad cubum ex baſi EG.

Sit communis diameter BFA, & coniungantur rectæ BE, BC, BD, BG. Quia tri-lum *a* ABC ad trilum FBE pro-tionem compoſitam habet ex ratione baſis CA ad baſim EF & ex ratione lateris eleuati AB ad æquè inclinatum latus

a IV. 13.

FB;

b con. 21. FB; eſtque *b* AB ad BF vt qua-tum CA ad qua-tum EF. ergo tri-lum CAB ad tri-lum EFB pro-tionem compoſitam habet ex ratione lineæ CA ad EF & ex ratione qua-ti CA ad quadratum EF, ſed hæ duæ pro-
c VI. ex. 37. tiones componunt pro-tionem *c* cubi ex CA ad cubum ex EF. igitur tri-lum CAB ad tri-lum EFB, ſeu duplum tri-lum CBD ad du-
d quadr. parab. 4. plum tri-lum EBG, vel illius *d* ſexquitertia parabola CBD ad huius ſexquitertiam parabolam EBG eandem pro-tionem habet quam cubus ex CA ad cubum ex EF, ſeu quam cubus ex dupla CD ad cubum ex dupla EG. quod &c.

PROPOSITIO XXVII. *Tab. VII. Fig. 5. 6.* In fruſto parabolæ ABCD ſi eius axis IH tres quintæ partes LH ad LN portionem ſupremam duarũ quintarum axis GH integræ parabolæ, fuerint vt differentia cuborum ex baſibus AD & BC ad cubum ex BC. Dico punctum N eſſe centrum grauitatis fruſti ABCD.

In complemento parabolæ BGC fiat KI duæ quintæ partes axis GI, ſicut ſupponebatur LH duæ quintæ partes axis GH, & IO 2 quintæ
a lem. 6 axis IH; vnde *a* KL æqualis erit
b hui. 16. HO, & L *b* erit centrum grauitatis parabolæ AGD, pariterque K erit cen-

centrum grauitatis parabolæ BGC. & quia *c* vt cubus ex AD ad cubum ex BC ita eſt parabola AGD ad parabolam BGC. ergo diuidendo vt differentia cuborum ex AD & ex BC ad cubum ex BC, ſeu vt HO, vel ei æqualis KL ad LN, ita eſt fruſtum ABCD ad parabolam BGC: eſtque L centrum grauitatis totius parabolæ AGD, & K eſt centrum grauitatis ablatæ parabolæ BGC. igitur *d* punctũ N erit centrũ grauitatis fruſti ABCD. quod &c.

c *hui.* 26.

d *hui.* 3.

ARCHIMEDIS

DE IIS QVAE VEHVNTVR IN FLVIDO.

OPus admirabile Archimedis de inſidentibus fluido non extat grecè, ſed eius traductionem à Commandino illuſtratam habemus, eſtque liber ſecundus adeo obſcurus & confuſo ordine traditus, vt genium Archimedis minime referat, quare ſuſpicor ab aliquo non ſatis perito alteratum & deformatum fuiſſe. Vtcumque ſit nos conati ſumus poſt primum librum etiam ſecundum diſtincto ordine & perſpicuo explanare, & inſuper præter innatantium conoidum parabolicorum etiã poſituras conorum innatantiũ adinuenimus & adiunximus ob argumenti affinitatem.

DE-

DEFINITIONES.

Corpora fluida, ſiue ſolida, vel
ſolida & fluida *æquè grauia abſolutè*
dicuntur, quotieſcumq; eorum pon-
I. dera æqualia inter ſe fuerint, ſiue eo-
rum moles ſint æquales ſiue non. Vt
vncia auri, vncia ligni, vncia aquæ
II. &c. dicuntur æque grauia abſolutè,
licet eorum moles ſint inæquales.

Corpora vero homogenea ſolida
ſiue fluida, vel ſolida & fluida dicũ-
tur *æque grauia in ſpecie* ſi eorum mo-
les æquales habuerint pondera ab-
ſoluta æqualia interſe. Vel moles
III. eandem pro-nem habuerint quam
eorum pondera abſoluta.

Duo corpora *diuerſam* grauitatem
in ſpecie habere dicuntur quotieſ-
cumque ſumptis molibus æquali-
bus eorum pondera abſoluta inęqua-
lia fuerint; vel abſoluta pondera in-
terſe maiorem, aut minorem pro-tio-
nem habuerint quam eorum moles
habent.

I. SVPPOSITIONES.

Lamina cuiuſcumque fluidi ho-
mogenei æquè alta, & continuata
in ſitu horizontali quieſcit æquili-
brata; nempe non deſcendit eleuan-
do partem collateralem, eamque
expellendo è ſuo loco.

II. Corpora fluida, aut ſolida,
quæ in fluido ſurſum, aut deorſum
ten-

tendunt, vnumquodq; niſum exercet, & moueri nititur per directionem per-larem ad horizontem, quæ per centrum grauitatis eius ducitur.

III. Laminæ fluidæ ſubiectæ æquidiſtantis horizontali ſupremæ fluidi ſuperficiei; pars minus præſſa à magis præſſa ſurſum exprimitur ad inſtar libræ.

Vt hæ ſuppoſitiones & vniuerſa doctrina inde dependens exactè percipiatur. Videndum eſt an & quomodo lamina fluida inferior horizontalis vſum libræ habeat. (in tab. VII. fig.7) Noto quod in vulgari libra CD æquilibrata à ponderibus A & B circa fulcimentum E fit quies ob indifferentiam quam habent pondera A, B ad motum, ita vt à quolibet corpuſculo graui addito ipſi A ſubito libra flectatur impellendo ſurſum pondus B. verum ſi libra deficiat vt pondera inæqualia ſolo firmo innitantur, nunquam minus pondus B à quocumque vaſto pondere collaterali A ſurſum exprimetur. Pari modo (tab. VII. fig.8.) in vaſe XZ cylindrico vel priſmatico, ſi priſmatis ligni leuiſſimi A baſis explanata CE exactè tangat fundum vaſis pariter explanatum, & reliquum ſpatium vaſis B repleatur fluido quantumuis graui, vt eſt hydrargirum; nunquam tamen lignum A ſurſum expri-

primetur, quia nempe deficit libra ſubiecta mobilis, quæ eſt lamina fluida à qua per expreſſionem minus graue A à grauiori B collaterali ſurſum expellatur.

Et nè quis ad vacui horroris vanum refugium recurrat, obſeruet quod (tab. VII. fig. 9.) perforato fundo vaſis XZ in CE, vt baſis columnæ ligneæ A tangat perimetrum ſubtiliſſimum orificij CE non exactè, vt inde fluidum grauius B per rimas effluere poſſit, & includatur vas XZ intra aliud vas RST; tunc lignum non ſubleuabitur à laterali fluido B quandiu fluidum effuſum non attingit altitudinem GH, vt repleto omnino ſpatio GSTI motu reflexo fluidum B exprimat ſurſum lignum A. ex quo phænomeno euincitur veritas Archimedei pronunciati, quod nimirum lamina ſubiecta GSTH fluidi horizontalis vſum libræ preſtat, cuius pars CE minus preſſa à ligno leuiori A à magis preſſa à fluido grauiori B ſurſum motu reflexo expellatur, ſeu exprimatur.

PROPOSITIO I. *Tab. VII. Fig.* 10. Si ſolidum S, & fluidum AMD æque grauia ſpecie fuerint; ſolidi tota moles demerſa ſuperficiem ſupremam fluidi attingendo, vel vbique intra fluidum innatando quieſcet.

Sit

Sit vas XBCZ repletum fluido illo homogeneo vſque ad ſuperficiem horizontalem AD, ad quam latera vaſis ſint perpendicularia, ſitque ſolidum S paral-pipedium. Et concipiatur ſpatium fluidi AEFG æquale & ſimile ſolido S, extendanturque per baſes AG, EF plana AD, EH parallela horizontali ſuperficiei fluidi. Manifeſtum eſt laminam integram ADHE compoſitam ex fluidis homogeneis par-pipedis AF, GH omnino *a* quieſcere æquilibratam; cum tota ſit explanata, æquè alta, vniformiter grauis, innixa ſuper libram fluidam EH horizontaliter extenſam, continuatam, quieſcentem & æquilibratam, cuius omnes partes æquè comprimuntur circa libræ intermedium fulcimentum M. Verum ſi tollatur fluidum contentum in ſpatio AEFG, & in eodem loco reponatur ſolidum S ęquè graue ac eſt fluidum, quod in eodem ſpatio ei æquale & ſimile continebatur, neceſſe eſt vt lamina compoſita ex ſolido S & fluido collaterali GFHD ibidem quieſcat æquilibrata vt prius. quia ſubiectæ libræ fluidæ brachia EM, MH æquè premuntur à molibus æquè altis & æquè ponderoſis ſolidi S, & fluidi FD. igitur demerſo ſolido S vt confinium eius ſupremum attingat fluidi ſuperficiem quieſcet ibidem.

a ſup.1.

Si ve-

Si verò ſolidum S in profundiori ſitu fluidi innatet, ſimili modo cum fluido collaterali componet laminam æque altam & vniformiter ponderoſam; proindequè ibidem quieſcet.

Si poſtea (*Tab. VII. fig. 11.*) moles ſolida S æquè alta, ſed maior, vel minor fuerit collaterali fluido GFHD, non minus fiet æquilibrium; quia in libra ſubiecta fluida EH bifariam ſecta in M, non ex diſtantijs æqualibus ab M, ſed inæqualibus reciprocè proportionalibus ipſis molibus, ſeu eorum ponderibus ſuſpenduntur S, ſeu AF, & GH. & ideo ex legibus mechanicis innatando *b* ſolidum S quieſcet intra fluidum. quod erat &c.

b æquip. 3.

Corollarium. Hinc liquet, quod ſi ſolidi demerſi grauitas abſoluta æqualis fuerit ponderi fluidi, quod in ſpatio ab illo occupato continebatur. Solidum ibidem quieſcet æquilibratum; & è contra.

Quia ex eo quod ſolidum S, & fluidum AFG ſunt æqualia mole & grauitate obſoluta, & ideo ſpecifica oſtenſum eſt ſolidum intra fluidum quieſcere æquilibratum. Et è contra.

PROPOSITIO II. *Tab. VII. Fig. 12.* Solidum SR minus graue ſpe-

cie,

cie, ac eſt fluidum M, non demergetur totum, ſed aliqua eius portio extabit ſupra fluidi ſuperficiem; Et partis demerſæ moles erit æqualis fluidi moli, quæ æquè pendit ac totum ſolidum.

Quia ſolidum SR ſupponitur minus graue ſpecie quam ſit fluidum. ergo *a* aliqua moles fluidi, minor quam SR æquè ponderoſa erit, ac ſolidum SR; ſit talis moles fluidi IEFK. Manifeſtum eſt totam laminam fluidam IEHD æquè altam, parallelam horizonti quieſcere æquilibratam. Si iam tollatur fluidum contentum in ſpatio IEFK, & in eodem loco ponatur ſolidum SR, hoc totum inſinuari non poterit in ſpatio minori ſua integra mole, & propterea excipiet ſolummodo portionem eius cuius eſt capax, quam ſupponamus eſſe R; & ideo reliqua portio S extabit in ſpatio AIKG ſupra fluidi IKD ſuperficiem. Et quia pondus totius SR æquale eſt ponderi abſoluto fluidi IEFK à portione R occupato. ergo *b* libra fluida ſubiecta EMH in parte EF æquè premitur à toto ſolido SR ac prius à fluido IEFK premebatur. igitur ſolidum SR demerſa parte eius R quieſcet æquilibratum cum collaterali fluido FHDK, ſicuti tota lamina fluida IEKD prius quieſcebat. & proinde pondus abſolutum fluidi

a def. 3.

b sup. ex

IEFK

IEFK mole æqualis parti demerſæ R erit æquale ponderi totius ſolidi SR, cuius portio S extat. Quod &c.

PROPOSITIO III. *Tab. VII. Fig. 13.* Solidum S fluido leuius in eo demerſum tanta vi ſurſum nititur moueri, quanta eſt differentia ponderum fluidi & ſolidi mole æqualium.

Sit ſolidi S abſoluta grauitas L, & fluidi AEFG cuius moles æqualis ſit ſolido S ſit, grauitas abſoluta LM. Dico quod vis qua ſolidum S nititur exurgere ex eodem fluido, in quo ſit demerſum æqualis eſt ponderi M. Reperiatur R ſolidum cuius pondus ſit æquale M, & hoc incumbat ſuper ſolidum S poſitum in ſpatio GAF ei æquale. & quia LM eſt grauitas tam fluidi AE FG æqualis moli demerſæ S, quam amborũ ſolidorũ R&S ergo *a* innatando fiet ęquilibrium extante mole R: cumq; S detineatur demerſum ab ipſo pondere M incumbentis ſolidi R; & tantam vim facit S vt ſurſum aſcendat, quanta exercetur à pondere ipſius R prohibente eius aſcenſum. Igitur vis quam facit S ſurſum tendendo æqualis eſt eidem ponderi M. Quod &c.

a hui. 2.

PRO-

PROPOSITIO IV. *Tab. VII. Fig.* 14. Solidum SR grauius fluido F in eo deſcendit, at grauitas quam in eo exercet minor eſt pondere abſoluto eius, quanta eſt grauitas fluidi habentis molem æqualem portioni demerſę ſolidi.

Aptetur libra HL radiorum æqualium, qua mediante pondus P ſuſpendat ſolidum RS in fluido poſitum, eumque in quiete retineat. Et quia ſolidum RS dum innatat in fluido F ſuſpenſum à pondere P quieſcit æquilibratum. ergo *a* in tali ſtatu quietis ſolidum RS æquè pendit ac moles fluidi F æqualis moli demerſæ S. quare pondus abſolutum SR abſque pondere P ęquale eſt ponderi fluidi F, & ideo pondus P æquale eſt ei quod SR exercet in fluido: & hoc deficit à pondere totali SR quanta eſt grauitas fluidi F mole æqualis parti demerſæ S. & hoc erat &c.

a hui.1.

PROPOSITIO V. *Tab. VII. Fig.* 15. Si ſolidum SR leuius fluido F in eo quieuerit innatando: Dico quod ſolidum ad fluidum eam in ſpecifica grauitate proportionem habet, quam pars demerſa R ad totum ſolidum SR, & ſi pars demerſa R ad totum ſolidũ SR fuerit vt grauitas ſolidi in ſpecie ad fluidi grauitatem; ſolidum in tali ſitu quieſcet.

ſece-

Secetur moles fluidi F æqualis parti demerſæ R. Et quia ſolidum RS ſupponitur quieſcere in fluido æquilibratum. ergo *a* RS æquè grauitat ac fluidi moles F. quare pondus abſolutũ eiuſdem partis, R eandẽ proportionẽ habet ad duo pondera abſoluta æqualia fluidi F, & ſolidi SR; ſed vt R ad F ei æqualem mole *b* ita eſt in ſpecie grauitas ſolidi ad fluidi grauitatem. igitur moles demerſa R ad totum ſolidum RS erit vt grauitas in ſpecie ſolidi ad fluidum.

a *hui.2.* b *def.3*

Poſtea in conuerſa hypotheſi. Quia demerſa pars R ad totam molem RS, ſeu *c* pondus abſolutum R ad pondus SR eſt vt grauitas ſolidi ad fluidi grauitatem in ſpecie, ſeu vt *d* pondus abſolutum R ad pondus F (cum habeant moles æquales) Ergo abſolutè æquè grauitat RS ac fluidi moles F: proindeque *e* ſolidum SR in tali ſitu quieſcet. Quod &c.

c *def.2.* d *def.3* e *hui.2.*

Et hæç præclara theoremata alia methodo Archimedes tradidit de inſidentibus in vno ſingulari fluido. Reſtant ea quæ contingunt ſolidis inſidentibus in pluribus fluidis inæqualium grauitatum, ſpecificarum.

Et primo ſi vas repletum fuerit à duobus, vel pluribus diuerſis fluidis ſolida exiſtentia in vno tantum ex

dictis

dictis fluidis innatabunt ijſdem legibus expoſitis :n ſuperioribus propoſitionibus.

PROPOSITIO VI. *Tab. VII. Fig.* 16. Si ſolidum RS fuerit grauius ſpecie duobus fluidis G & F à quibus portiones eius tegantur: grauitas quam in eis exercet minor eſt pondere eius abſoluto, qua eſt grauitas fluidorum mole æqualium portionibus demerſis ſolidi.

Hoc demonſtratur eodem modo ac quarta. facta eadem preparatione. Quia æquilibrato ſolido RS in fluidis demerſo cum pondere P. erit pondus P æquale ei quod ſolidum in fluidis exercet. quare patet propoſitum.

PROPOSITIO VII. *Tab. VII. Fig.* 17. Si ſolidum RS columnare in duobus fluidis demerſum grauius ſit ſupremo G & leuius infimo fluido F. reperiri debet ſitus inter fluida in quo ſolidum quieſcat cum eiſdem æquilibratum.

Vt grauitas ſolidi RS ad grauitatem in ſpecie fluidi leuioris G, ita fiat CB ad BD, & ponatur AE æqualis priorum differentiæ CD; & vt grauitas in ſpecie fluidi F ad grauitatem eiuſdem ſolidi SR, ita fiat AK ad KE; ſeceturque ſolidi columnaris altitudo à plano IL paral-

lelo baſibus, vt SLI ad RIL ſit ſiculi EK ad CB; apteturque ſolidum vt planum IL iaceat in confinio fluidorum LO. Oſtendendum eſt in tali ſitu ſolidum quieſcere æquilibratum. extenſis planis baſium ſolidi, fiant columnæ fluidæ FLO æqualis, & æquè alta ipſi SIL, pariterque columna GOL æqualis & æquè alta ipſi RLI. quia grauitas abſoluta fluidi FLO ad pondus abſolutum ſolidi SLI mole æqualis, ſe habet vt AK ad KE, nempe vt *a* grauitates in ſpecie; & grauitas abſoluta ſolidi SLI ad pondus ſolidi RLI ſibi homogeneum eſt vt EK ad CB, nempe *b* vt moles ad molem; & tandem vt grauitas abſoluta RLI ad abſolutam grauitatem fluidi ei æqualis mole GOL, ita eſt CB ad BD. ergo poſita AK menſura ponderis abſoluti fluidi FLO erit KE menſura ponderis abſoluti ſolidi SLI, atque CB erit pondus ſolidi RIL, & BD erit pondus abſolutum fluidi GOL: cumque eorumdem ponderum differentiæ AE, CD ſint æquales, additæ eidem ſummæ KE, & BD, conſurget aggregatum extremorum ponderum KA & BD æquale agregato ponderum ex BC, & KE. igitur columna ſolida RS æqualis eſt mole & grauitate columnæ GF ex fluidis compoſitæ; & proinde illa *d* quieſcet æquilibrata in eodem ſitu inter fluida. Quod

a *def.* 3
b *def.* 2.
d hui. 1

Quod vero in tali ſitu tantummodo ſolidum quieſcat ſic oſtendetur. Depreſſa columna RS infra confinium ILO, vt nimirum inferior homogenea grauior moles FMN maior ſit mole FLO exceſſui LN, & tantundem ſuprema leuior moles deficiat; quia vero ijſdem ponderibus FLO & GMN adduntur duo inæqualia pondera ſcilicet grauius LN homogeneum ipſi F, poſtea leuius NL homogeneum ipſi G. ergo duæ moles grauior MFN, & leuior MGN ſimul ſumptæ ponderoſiores ſunt duabus molibus LFO grauiore & LGO leuiore ſimul ſumptis; & his æqualis *e* erat pondere abſoluto columna RS. ergo hæc *f* à fluidis MFN, & MGN grauiorem columnam ſed ei æqualem mole componentibus surſum exprimetur. E contra ſi ſolidum ſupra confinium ILO ſubleuetur, tunc ſolidum grauius erit fluidis collateralibus; & proinde in eis deſcendet. Quod &c. *e ex p.1* *f hui.2.*

Poſtquam Archimedes expoſuit cauſas & modos quibus fluida admittunt vel exprimunt ſolida, modo conſiderat, quæ nam conſiſtant, aut reuoluantur innatando in fluidum: agitque ſolummodo de ſegmentis ſphæræ & conoidis parabolici, methodo perplexa & obſcura. nos vero conabimur hanc doctrinam ampliorem & clariorem reddere.

PROPOSITIO VIII. *Tab VII. Fig.* 18. 19. Solidi A B C D homogenei leuioris fluido in eo innatantis, ſi recta GH coniungens centra grauitatum H partis demerſæ, & G extantis perpendicularis fuerit ad ſuperficiem fluidi EF. Dico quod ſolidum quieſcet in tali erecta poſitura; ſi verò GH inclinata fuerit ad EF ſolidum reuoluetur ad partes anguli acuti.

a *hui.* 2 Quia pondus *a* totius ſolidi ABCD æquale eſt ponderi fluidi molem æqualem parti demerſæ BCD habentis. ergo eodem exceſſu pondera ſolidi ABC & fluidi BCD ſuperant pondus partis ſolidi demerſæ BCD. Sed vis *b* qua ſolidum BCD

b *hui.* 3 nititur aſcendere æqualis eſt eidem exceſſui. igitur vis qua pars demerſa nititur aſcendere æqualis eſt vi qua extans portio ABD nititur deſcendere.

Verum hæ duæ vires contrariæ

c *sup.* 2 æquales interſe, niſum exercent *c* per directiones perpendiculares ad horizontem, ſeu ad ſuperficiem fluidi EF. ergo in primo caſu quando recta GH eſt perpendicularis ad EF per eandem lineam rectam GH pars extans BAD impellitur deorſum, qua pars demerſa ſurſum fertur; nec deuiant ab eodem itinere GH. quare æquatis viribus neceſſe

eſt

eſt vt ſe mutuò impediant & quieſcant; & proinde totum ſolidum A C in tali ſitu ſtabiliter perſiſtet.

At quando recta GH inclinata eſt ad ſuperficiem fluidi & horizontis EF, tunc ductis GL, & HM perpendicularibus ad planum EF. patet quod *d* niſus partium extantis & demerſę fiunt per eaſdem perpendiculares GL, & HM, quæ non coincidunt, & ideo in libra GH circa fulcimentum I termini extremi G & H impelluntur ad oppoſitas plagas non per eandem lineam directionis ſcilicet G deorſum verſus L, & H ſurſum ad M. igitur neceſſario libra GH flectetur verſus angulos acutos GIL, & HIM; & proinde ſolidum AC reuoluetur ad eaſdem partes quod &c. *d ſup.* 2

Scholium Tabula VII. Fig. 20.
Manifeſtum eſt quod ſi longitudo L M eiuſdem homogenei ſolidi columnaris AC inclinetur ad ſuperficiem fluidi EF non redibit ad ſituationem erectam, ſed magis ſe inclinando quieſcet in ſitu parallelo ad fluidi ſuperficiem

Ducta NI perpendiculari ad ſuperficiem fluidi EF, & ductis axibus columnæ LM, OP. Quia in quacumque columnæ poſitura inclinata nunquam portionis extantis centrum grauitatis G cadit ſuper N

I perpendiculari ad EF, ſed ſemper declinabit ad partem ſiniſtram in qua ſolidum exiſtit, & ſic quoque centrum grauitatis H declinabit ad dexteram eiuſdem NI. quare pars extans deprimetur & demerſa eleuabitur, quouſque perducto axe longiori LM ad ſitum parallelum fluidi plano, centra grauitatum partium extantis & demerſæ cadent in recta OP perpendiculari ad LM & ad ſuperficiem fluidi. & proinde in hoc ſitu quieſcet.

Percipimus quoque quod in eiſdem columnis quarum centrum grauitatis eſt demerſum: vera cauſa reductionis ad ſitum ſtabilitatis non eſt deſcenſus aut maior depreſſio centri grauitatis totius eiuſdem ſolidi. cum in caſu enarrato tale centrum potius aſcendat.

PROPOSITIO IX. *Tab. VII. Fig.* 21. Si eiuſdem ſphæræ duo ſegmenta ABC & GFH habuerint baſes AC, GH nec parallelæ nec ſe mutuo ſecantes, ſitque L centrum grauitatis ſegmenti compræhenſi GFH, & punctum O ſit centrum grauitatis reſidui AGHC. Dico quod recta LO efficit cum baſe GH angulum acutum OIG.

Sint axes ſegmentorum DB, & KF, ſe ſecantes in centro ſphæræ E, & ducto per axes plano Circuli

ma-

maximi, patet quod axes ſunt diametri & ſecant bifariam *a* & perpendiculariter baſes AC, GH. & quia centrum *b* grauitatis totius ſphæræ E cadit inter centra grauitatum partium eius. ergo centrum grauitatis ſegmenti ABC cadit in axe DB vltra E ad partes B, quod ſit N: pariterque L centrum grauitatis ſegmenti GFE cadit in axe KL inter E & F. & coniuncta recta LN, hæc tranſibit *c* per O centrum grauitatis reliquæ portionis AGHC totius ſegmenti ABC. Et quia N centrum grauitatis totius ſegmenti ABC diſtat à centro ſphæræ E. ergo recta LNO non concidit cum recta LEK, ſed cum ea angulum KLO efficiet; eſtque LK *d* perpendicularis ad GH. igitur LNO *e* inclinata eſt ad GH & efficiet angulum acutum LIK ſeu OIG ad partes A, G vbi nimirum plana AC, CH maximè ab inuicem recedunt. vt erat propoſitum.

a *II. 2.*
b *æqui pon. 3. cor.*
c *eadē*
d *II. 2.*
e *I. 18.*

PROPOSITIO X. *Tab. VII. Fig.* 22. 23. Si portionis ſphæræ homogeneæ ABC fluido leuioris baſis AC tota emineat vel tota demerſa ſit infra fluidi ſuperficiem horizontalem GF, eiuſque axis DB inclinatus ſit ad GF. Dico quod ſegmentum ABC flectetur quouſque rectam poſituram acquirat.

Sit V centrum grauitatis totius ſegmenti ABC, & I ſit centrum grauitatis portionis extantis vel demerſæ GEF & reſidui AFGC ſit centrum grauitatis punctum O, iungaturque IVO ſecans GF in N. Et quia axis BD inclinatus eſt ad GF
a I. ex 14. & eſt perp-laris ad CA. ergo *a* AC, & FG non ſunt parallelæ, nec ſe mutuo ſecant, cum AC tota emineat vel tota demerſa ſit infra
b hui. 9 fluidi ſuperficiem FE. igitur *b* IO inclinata erit ad FG, cumqua efficiet acutum angulum ONF ad partes ab inuicem remotas A & F.
c hui. 8 Quare *c* ſolidum ABC non quieſcet, ſed flectetur ad partes F, A, nempe ad partes anguli acuti ONF. Et hoc tandiu efficietur quouſque axis DB perpendicularis fiat ad FG, quando
d hui. 8 *d* nimirum in erecta poſitura quieſcere debet. Quod erat &c.

PROPOSITIO XI. *Tab. VII. Fig.* 24. 25. In recta parabola ABC ordinata GF propinquior ſit baſi CA, quam vertici B. Dico quod omnium obliquarum parabolarum quæ intra eam abſcindi poſſunt quarum diametri inſiſtant ſuper GF, duę tantum habebunt baſium terminos coincidentes in A. Reliquarum vero quarum diametri ab illis duabus intercipiuntur baſium termini cadunt infra A; quarum autem diami-

tri exiſtunt ad earundem latera. baſium termini cadunt ſupra A.

Secetur ER æqualis ED, & per R ducatur ordinata IRL, conjunganturque rectæ IA, LA. Quia IL, EF, DA interſe parallelæ (cum *a* ordinatè ductæ ſint) ſecant tres rectas RD, IA, LA *b* proportionaliter. ergo IA & LA ſecantur bifariam in H & K, ſicuti RD in E bipartita erat; eductis poſtea ex H, K duæ HS, KT parallellæ axi DB, *c* erunt illæ diametri parabolarum obliquarum ASI, & ATL quarum diametri inſiſtunt ſuper EF, & baſes conueniunt in A.

a conic. 21. *b IV. 2* *c conic. ex 23.*

Poſtea inter H & K ſumpto quolibet puncto e in recta EF, & ducatur eb parallela diametro BD, & à puncto A ducatur A g m parallela tangenti parabolam in b, erit *d* A m bifariam ſecta à diametro e b in f; ſed eius portiò h A *e* bifariam ſecatur in g (ſicut IA in H, ob parallelas I h, E g F) ergo f A ſemiſſis totius maior eſt quam g A; & proinde punctum f cadit ſupra rectam EgF, & ideo ſupra punctum e ad partes verticis b. ducta igitur per e recta c e a parallela ordinatæ m A, erit c a baſis parabolæ a b c incidens in parabolam CBA infra punctum A in a, eiuſque diameter b e inſiſtet ſuper EF.

d conic. ex 39. *e IV. 3.*

Tertio ſumpto quolibet puncto O

in recta GF inter H & G, vel inter K & F, & ducta recta AOM ſecante IL in P. patet *f* quod AO maior
f IV. 2. eſt quam OM (eo quod tota AP à parallelis LIP, DA, & FEO ſecatur in duas partes æquales in O, ſicuti RD in E biſſecta erat) igitur ſecta MA bifariam in N cadet punctum N infra ordinatam GF; & à puncto N ducatur NY parallela axi BD ſecans EF in V, erit *g* NY diameter,
g conic. ex 39. & per V ducatur XVZ parallela AM, ſecabitur XZ bifariam in V à diametro VY. & ideo parabola XYZ incluſa erit intra ſegmentum AYM, proindeque terminus x baſis cadet ſupra A, & illius diameter YV inſiſtet ſuper eandem ordinatam EF. Quod erat &c.

DEFINITIONES SECVNDÆ

IV. Binæ quælibet trium expoſitarum parabolarum vocentur Parabolæ *conterminalium baſium*, quarum ABI, quæ axim ſecat eſt maior: Obliqua ATL axim non attingens erit minor.

V. Segmentum ſubſexquialterum diametri Paraboles, vel conoidis ab ea geniti à vertice, vt BE, vel SQ vocetur *Radius* eius.

VI. Et radij extremum punctum E vel Q vocetur *Centrum*.

VII. Et duæ ad axim ordinatæ CA, IL

IL compræhendentes baſes obliquas conterminales ſi abſciderint RD æqualem duabus tertijs axis. Vocentur *baſes Fruſti*.

PROPOSITIO XII. *Tab. VII. Fig. 26.* Si duæ velplures Parabolæ ABC, AEC, & AGC eodem axe BGIE ſuper eandem baſim AC conſtitutæ fuerint. Dico quod axis BIE & quælibet alia recta OMPN axi parallela ſectæ erunt in eiſdem rationibus à parabolis & à communi baſi. ſcilicet EB ad BI erit vt NO ad OP; & EB ad BG, vt NO ad OM, nec non EG ad GB erit vt NM ad OM.

A punctis interſectionum O, M, N ducantur ad axim ordinatim applicatæ *a* OF, MD, NK, quæ parallelæ & æquales erunt ipſi PI, in parallelogramis. Et quia in parabola ABC *b* vt abſciſſa IB ad BF, ita eſt quadratum AI ad quadratum OF, ſeu PI. erit per conuerſionem rationis vt BI ad FI, ſeu ad ei æqualem OP, ita *c* quadratum AI ad rectangulum APC: eadem ratione in parabola AEC vt idem quadratum AI ad idem rectangulum APC, ita erit EI ad NP; & ita quoque in parabola AGC erit GI ad MP, quare ſummæ vel differentiæ terminorum in eadem ratione erunt, ſcilicet EB ad NO erit

a conic. ex 21.

b eandē

c V. 22. corol.

vt IB ad PO, & vt BG ad OM, atque vt EG ad NM; & permutando EB ad BI erit vt NO ad OP, & vt EB ad BG ita erit NO ad OM, atque EG ad GB erit vt NM ad OM. Quare &c.

PROPOSITIO XIII. *Tab. VII. Fig.* 27. In recta parabola ABC, cuius axis BD ſemilatus rectum BX ſecta ſit obliqua parabola IHM, cuius baſis IM, diameter HF, ſi a quolibet eius puncto G ducantur GO perpendicularis ad axim; & GE obliqua incidens infra GO verſus baſim eamque ſecans in N. Dico quod angulus GNM eſt rectus ſi intercepta OE æqualis fuerit ſemierecto BX: eritque acutus ſi OE maior fuerit quam BX; & obtuſus ſi illa minor fuerit.

Ex vertice H ducantur tangens HL & perpendicularis HS ad axim, & HR parallela GE. patet quod
a IV. 7. triangulum HSR *a* ſimile & equilaterum eſt triangulo GOE, ob æquidiſtantiam laterum, & diametrorũ RO, HG. ergo RS æqualis eſt EO, quæ primo ſit æqualis ſemierecto B
b conic. 23. X. Et quia *b* quadratum HS æquale eſt duplo rectanguli SBX, ſeu BSR; & eſt *c* LS dupla BS ob tangen-
c conic. 32. tem HL, & ordinatam HS ad diametrum BD ductas. ergo rectangulum LSR æquale eſt quadrato HS per-

perp-laris ad LR. quare *d* angulus L HR rectus erit, & eſt MI par-la tangenti HL, & EG eſt par-la RH. igitur angulus *e* GNM rectus quoq; erit, vtpote æqualis recto RHL. Si poſtea obliqua GP intercipiat OP maiorem quam BX, ſeu quam OE. patet *f* quod rectæ GP, & MN continent angulum GTM acutum, ſcilicet minorem recto GNT. Si vero GQ intercipiat OQ minorem quam BX ſeu OE efficiet angulum GVM obtuſum. quæ &c.

d *IV. ex 9.*
e *IV. ex 7.*
f *I. ex 18. cor.*

PROPOSITIO XIV. *Tab. VII. Fig.* 28. In recta parabola ABC cuius radij EB triens EF ſit æqualis ſemi erecto EX eiuſdem parabolæ. Abſcindi poteſt intra eam alia parabola obliqua; itaut recta coniungens centra perp-laris ſit ad baſim obliquæ paraboles.

A punctis E & F ducantur EG, FL ordinatæ ad axim; & ducatur *a* obliqua parabola AOI cuius baſis conterminalis ſit baſi CA, eiuſque diameter OK inſiſtat ſuper GE, & ſecet FL in M. & *b* axe EX vertice E & ſemi baſi FL fiat parabola EL, quæ ſecet diametrum Ok in N puncto, quod cadet inter K & M ſcilicet intra parabolam AOI. & per N ducatur RNS par-la AI. quæ cadet intra parabolam AOI; & ideo intra parabolam ABC. tandem

a *hui. 11.*
b *conic. 25.*

so-

coniungatur recta ME ſecans baſim RS in Z. Et quoniam duæ parabolæ BOL & BNL eundem axem BE habentes ſuper communem ſemi baſim LF inſiſtunt. Ergo *c* ſicut eſt BF ad FE, ita erit OM ad MN; proindeque NM triens quoque erit diametri NO; & ideo *d* M erit centrum parabolæs ROS. cumque à puncto M ad axim BD ducantur perp-laris MF & obliquè incidens ME, quæ intercipiunt FE ex hypotheſi æqualem ſemi erecto parabolæ ABC. ergo *e* recta ME perp-laris eſt ad baſim obliquam RS. quod erat &c.

c *hui.* 12.

d *def.* 6

e hui. 13.

PROPOSITIO XV. *Tab. VII. Fig.* 29. Ijſdem poſitis ſit EX triens radij EB, ſitque EX minor quam ſemi-erectus EF, & EF minor ſit quam radius EB eiuſdem parabolæ ABC. idipſum effici poteſt, quod in præcedenti problemate.

Facta rurſus *a* parabola AOI conterminalis baſis cuius diameter OK inſiſtat ſuper EG: & ſit M occurſus OK, & FM par-læ baſi CA vel EG, & axi FX vertice X & ſemibaſe MF fiat *b* alia parabola XML, quæ ſecet parabolam ABC in L, ducaturque ad axim ordinata PL, & eodem axe PE vertice E, ſemibaſi LP fiat *c* alia parabola ENL ſecans diametrum KO in N; & per N ducta

a *hui.* 11.

b *conic.* 25.

c *eadē.*

ἑta RS par-la AI, erit parabola RSO compræhenſa à parabola ABC., & coniunἑta ME ſecans baſim RS in Z. Quia tres parabolæ BL, XL, & EL communem axim EXB, & ſemi baſim PL habent. ergo *d* ſicut EX triens eſt ipſius EB, ſic quoque MN triẽs erit diametri ON; & ideo *e* M erit centrum paraboles ROS. Cumque duæ MF perp-laris ad axim, & ME obliqua compræhendant FE æqualem ſemireἑto parabolæ ABC. ergo *f* ME perp-laris eſt ad RS. quod &c. d *hui.* 12. e *def.6.* f *hui.* 13.

PROPOSITIO XVI. *Tab. VII. fig.* 30. 31. 32. Ijſdem poſitis radij triens EX maior ſit quam ſemi ereἑtus FE, & ſeἑta maiori, vel minore ex obliquis parabolis conterminalium baſium AOI; & EX ad XF (in maiori conterminalium) habeat eandem vel maiorem rationem, at (in minori conterminalium) minorem pro-tionem quam qua-tum EG, ad qua-tum EK, ſeu FM. Dico quod coniunἑta ME perp-laris eſſe poteſt ad baſim AI.

Primo in fig. 30. Sit EX ad XF vt qua-tum EG ad qua-tum EK, vel FM. ergo *a* punἑta X, M, G ſunt in eadem parabola, cuius axis XE, vertex X, & ſemi baſis EG. quare ſicuti EX triens eſt ipſius EB, ſic *b* KM triens erit diametri KO. & pro- a *conic.* 21. b *hui.* 12.

proinde, vt prius dictum eſt erit
c hui. 14. & 15. *c* ME perp-laris ad AI.
Secundo in eadem obliqua maiori conterminalium habeat EX ad XF maiorem rationem quam qua-tum EG ad qua-tum EK ſeu FM, & axi
d conic. 25. XE vertice X, ſemi baſi FM fiat *d* parabola XMQ, quæ ſecet baſim EG in Q. erit *e* EX ad XF, ſeu
e con. 21 & III. 1. qua-tum EQ ad qua-tum FM in maiori pro-tione quam qua-tum EG ad qua-tum eiuſdem FM; & ideo recta EQ maior erit quam EG. ergo parabola XMQ ſecabit parabolam BGA alicubi vt in puncto L poſito inter G & T; quare poterit
f eand. duci *f* alia parabola ENL axi EX vertice E tranſiens per punctum L, quæ ſecabit diametrum KO in N puncto poſito inter K & M; & per N ducta RNS par-la baſi AI, cadet parabola RSO intra parabolam ABC. & *g* M erit centrum eius,
g def. 6. & huí. 13. (cum MN ſit triens diametri ON, ſicut XE triens erat ipſius BE) & vt prius dictum eſt recta ME perp-laris erit ad vtramque AI & RS.

Tertio prop-tio EX ad XF ſit minor quam qua-tum EG ad quadratum FM in minori parabola conterminalium baſium (fig. 32.) Producta FM ſecet rectam parabolam in T. & quia EX ad XF prop-tio maior eſt quam EB ad BF (eo quod inæqualibus EX, XF additu

com-

communis XB) eſtque *b* EB ad BF h *con.*
vt qua-tum EG ad qua-tum FT. 21.
ergo EX ad XF eſt in maiori ra-
tione quam ſit qua-tum EG ad qua-
-tum FT, & erat ratio qua-ti EG
ad qua-tum FM maior quam EX
ad XF. quare quadrati EG ad qua-
tum FM prop-tio maior eſt ratione
eiuſdem qua-ti EG ad qua-tum FT.
& ideo FT maior erit quam FM.
poterit ergo ſecari MT alicubi in
Z, vt qua-tum EG ad qua-tum FZ
maiorem rationem habeat quam EX
ad XF. & *i* per Z ducta diametro i *hu.11.*
QZV incluſæ parabolæ RQS vt Z
ſit eius centrum, & coniuncta ZE
oſtendetur vt prius, quod ZE perp-
laris eſt ad baſim RS. quod erat &c.

LEMMA *Tab. VII. Fig.* 33. Si in
recta parabola ABM fiant parabolæ
obliquæ conterminalium baſium A
OI maior, & AOL minor, quarum
baſes compræhendantur ab ordina-
tis IL, MA; & ducantur IC, &
L c par-læ axi, ſecenturq; CA, & c
A bifariam in H, & h. Dico quod
in maiori obliqua, rec-lum MCA
æquale eſt rec-lo ſub differentia or-
dinatarum MA, IL in AH; & in
minori obliqua rec-lum M c A æ-
quale eſt rec-lo ſub ſumma MA, IL
in A h.

Quia rec-lum MCA in obliqua
maiori *a* æquale eſt rec-lo ſub MC a *IV. ex*
II.

&

& dupla CH, ſeu rec-lo ſub CH vel HA & duplo MC vel MC cum cA; ſcilicet ſub HA & differentia ipſarum MA & IL. verum in obliqua minori parabola AoL, quia rec-lum McA æquale eſt rec-lo ſub Mc & duplo hA, ſeu rec-lo ſub hA, & duplo Mc; eſtque duplum Mc æquale aggregato duarum MA, IL. ergo rec-lum McA æquale eſt rec-lo compræhenſo à ſumma ordinatarum MA, IL in hA. quod &c.

PROPOSITIO XVII. *Tab. VII. in eadem figura.* Si ordinatæ ad axim MA, & IL compræhendentes baſes obliquas IA, LA abſcindant axis ſegmentum VD quod ſit duæ tertiæ axis BD. Dico quod radius axis EB ad OS, radium obliquę maioris, eſt vt differentia ordinatarum ad axim ad ſextantem ſummæ earundem, & ad radium ZO obliquæ minoris eſt vt ſumma ordinatarum ad axim MA, IL ad ſextantem differentiæ earundem.

a IV. 2. & con. 21. Productis radijs ſecabitur a CA bifariã in H ſicuti IA baſis ſecabatur bifariam in K; pariterque cA ſecabitur bifariam in h, eritque MC ſemidifferentia ordinatarum MA, IL. Quia in maiori conterminalium

b con. 21 et V. ex 22 cor. b IC, ſeu ei æqualis BE ad OH eſt vt rec-lum MCA, ſeu (ex præcedenti lemmate) vt ei æquale rec-lum

ſub

ſub duplo MC in HA ad rec-lum MHA; & BE ad ſub duplam KH eſt *c* vt rec-lum dupli MC in HA ad rec-lum MC in AH. ergo BE ad OK differentiam conſequentium eſt vt rec-lum ex duplo MC in HA ad qua-tum HA, quod eſt differentia conſequentium rec-gulorũ MC in HA, & MH in HA, ſeu erit vt duplum MC ad HA, ob communem altitudinem HA rec-lorum; eſtque tandem *d* OK ad radium OS vt 3 ad 2, & vt HA ad duas tertias ipſius HA. igitur ex æquali BE ad OS eſt vt duplum MC ad duas tertias HA. & quia HA ſemiſſis eſt CA, & CA eſt ſemiſſis ſummæ MA, IL. ergo qualium partium ſumma MA, IL eſt 12 erit HA 3. & ideo BE ad OS erit vt duplum MC, ſeu differentia ipſarum MA, IL ad 2 tertias ipſius HA, ſeu ad 2 duodecimas, ſeu ad ſextantem ſummæ earundem MA, IL.

c IV. 1.

d *def.* 6.

Poſtea in minori conterminalium Lc ſeu BE ad oh oſtendetur *e* vt rec-lum dupli Mc in hA ad rec-lum MhA; & BE ad differentiam KO erit vt rec-lum dupli Mc in hA ad qua-tum ha, ſeu vt dupla Mc ad hA & Ko ad radium Zo eſt vt hA ad duas tertias eius, eſtque hA quarta pars ſcilicet 3. duodecimæ differentię ipſarum MA, IL. ergo BE ad Zo

e *vt in par.* 1.

eſt

eſt vt duplum Mc, ſeu ſumma ipſarum MA, IL ad 2 duodecimas, ſeu ad ſextantem differentiæ earundem. quod &c.

Corollarium. Hinc patet *in figura eadem*, quod ſi terminus N diametri obliquæ maioris paraboles cuius centrum P cadit inter EG & vertices O, o tunc radius EB ad radium OP maiorem rationem habebit quā ad OS, ſeu quam differentia ipſarum MA, IL ad ſextantem ſummæ earundem. & in minori obliqua maiorem rationem quam ſumma ipſarum MA, IL ad ſextantem differentiæ earundem.

PROPOSITIO XVIII. *Tab. VIII. Fig. 1.* Conoidis parabolici recti ABC ſi radij EB triens EX æqualis, maior vel minor fuerit ſemi erecto EF. reperiri poteſt fluidum in quo conoides ſitu inclinato quieſcat innatando tota baſe & parte axis extantibus; ſed oportet, vt fluidi grauitas ad ſolidi grauitatem in ſpecie ſit in maiori pro-ptione quam qua-ti differentiæ baſium AC, & IH fruſti parabolæ rectæ ad qua-tum ſextantis ſummæ earundem baſium.

Intra parabolam conoidis recti genitricem ABC *a* includatur obliqua maior parabola ROS, vt recta ME coniungens centra perp-laris ſit ad RS. & quia ſiue EX æqualis

a huius 11. 14. 15. et 16.

ma-

maior, vel minor fuerit quam EF, ſemper obliqua baſis incluſa RS cadit ſupra terminum A verſus O; ideo diametri obliquæ parabolæ ON terminus N cadit ſupra ordinatam EG verſus O. quare *b* axis radius EB ad radium MO maiorem proportionem habebit quam differentia baſium fruſti AC, HI ad ſextantem ſummæ earundem; & proinde *c* qua-tum EB ad qua-tum MO erit in maiori ratione quam qua-ti ex recta AC minus HI ad qua-tum ſextantis ſummæ earundem AC, HI. & reperiatur *d* fluidum RST quod ad ſolidum ABC in grauitate ſpecifica ſit vt qua-tum EB ad qua-tum MO. & immittatur conoides ABC baſe extante intra fluidum, quouſque fluidi ſuperficies attingat ellipſim per RS ductam perp-lariter ad planum paraboles ABC. & quia *e* vt qua-um EB ad qua-tum MO, ita eſt conoides ABC ad conoidem ROS, & ſolidum *f* ABC ad partem demerſam ROS eſt vt fluidi ad ſolidi grauitatem ſpecificam. ergo conoides ABC quieſcet in tali profunditate innatando, nec *g* flectetetur ad dexteram vel ſiniſtram partem, quia recta MEy coniungens centra *h* grauitatum conoidum, & M & Y partium extantis & demerſæ perp-laris eſt ad fluidi ſuperficiem SR. & oſtenſum fuit quod qua-tum EB ad qua-

b *hui. 17. coroll.*

c IV.18

d *huius ex 5.*

e *conoid.12.*

f *hui.5.*

g *hui.8*

h *æquip 17.*

qua-tum MO, ſeu fluidi ad ſolidi grauitatem in ſpecie maiorem rationem habet quam qua-tum ex recta CA minus IH ad qua-tum ſextantis ſummæ earundem CA, IH. factum eſt ergo problema.

PROPOSITIO XIX. *Tab. VIII. Fig. 2.* Ijſdem poſitis reperiri poteſt fluidum in quo conoides ABC ſitu inclinato quieſcat innatando tota baſe, & parte axis depreſſis, ſed oportet vt fluidi ad ſolidi grauitatem in ſpecie minorem rationem habeat quam qua-tum ex AC minus IH ad exceſſum huius qua-ti ſupra qua-tum ſextãtis ſummæ AC & IH.

Vt prius *a* oſtendetur quod qua-tũ
a *hui.* 18. EB ad qua-tum MO eſt in maiori ratione quam qua-tum ex CA minus IH ad qua-tum ſextantis ſummæ earundem. ergo per conuerſionem rationis qua-tum EB ad differentiã qua-torum ex EB & ex MO minorem pro-tionem habebit quam quadratum ex CA minus IH ad exceſſum huius qua-ti ſupra qua-tum ſextantis ſummæ CA, & IH. & *b*
b *hui.* ex 5. reperiatur fluidum RSV quod ad ſolidum ABC in ſpecifica grauitate ſit vt qua-tum EB ad exceſſum huius ſupra qua-tum MO. & immittatur ſolidum ABC baſe depreſſa intra fluidum, quouſque fluidi ſuperficies tangat planum per SR ductum ere-

erectum ad planum parabolæ ABC. & quia *c* vt qua-tum EB ad eius exceſſum ſupra qua-tum MO, ita eſt conoides ABC ad eius fruſtum AR SC demerſum, & ita *d* eſt fluidum ad ſolidum in grauitate ſpecifica. ergo conoides quieſcet in tali poſitura innatando depreſſa tota baſe & parte axis. & oſtenſum eſt quod quadratum EB ad eius exceſſum ſupra quadratum MO ſeu fluidi ad ſolidi grauitatem in ſpecie minorem proportionem habet quam quadratum ex CA minus IH ad exceſſum huius quadrati ſupra quadratum ſextantis ſumæ earundem AC, IH. Quod &c.

c *con*. 12.

d *hui*. 5 *et* 8.

PROPOSITIO XX. *Tab. VIII. Fig.* 3.

Conoidis parabolici ABC ſi radij triens EX maior fuerit ſemierecto EF reperiri poteſt fluidum in quo conides ABC ſitu inclinato quieſcat innatando tota baſe & toto axe extantibus; ſed oportet vt fluidi ad ſolidi ſpecificam grauitatem habeat maiorem proportionem quam quadratum ex ſumma baſium fruſti AC, IH ad quadratum ſextantis AC minus IH.

Intra parabolam ABC genitricem conoidis *a* includatur minor obliqua parabola ROS, vt recta ME coniungens centra perpendicularis ſit ad RS *b* eritque quadratum radij EB

a *hu*. 16

b *hu*. 17 *cor*.

EB ad quadratum radij MO im maiori ratione quam quadratum ſummæ AC, IH ad quadratum ſextantis differentiæ earundem AC, IH. &
c hui. 5 *c* reperiatur fluidum RS quod ad ſolidum ABC in ſpecifica grauitate ſit vt quadratum EB ad quadratum MO. Poſtea imponatur ſolidum ABC ſupra fluidum baſe & axe extantibus quouſque fluidi ſuperficies vt prius attingat planum per RS perpendiculariter ductum ad planum paraboles ABC. Et quia *d* vt qua-
d conoi. 22. dratum EB ad quadratum MO, ita eſt conoides ABC ad ROS demer-
e hui. 5 et 8. ſum, & ita *e* quoque eſt fluidi ad ſolidi grauitatem in ſpecie. ergo conoides quieſcet in tali poſitura innatando toto axe & baſe extantibus. & oſtenſum eſt quod quadratum EB ad quadratnm MO ſeu fluidi ad ſolidi grauitatem in ſpecie maiorem proportionem habet quam quadratum ex ſumma CA & IH ad quadratum ſextantis differentiæ earundem AC, IH. Quod erat &c.

PROPOSITIO XXI. *Eadem fig.* 3. Iiſdem poſitis reperiri poteſt fluidũ in quo conoides ABC ſitu inclinato quieſcat innatando tota baſe & axe integro depreſſis. ſed oportet vt fluidi ad ſolidi grauitatem in ſpecie in minori ratione ſit quam quadrati ſummæ ipſarum AC, IH ad

exceſ-

exceſſum huius quadrati ſupra quadratum ex ſextante differentiæ earumdem AC & IH.

Hoc demonſtratur eodem progreſſu quo in duabus præcedentibus propoſitionibus vſi ſumus.

PROPOSITIO XXII. *Tab. VIII. Fig.* 4.5. Si conoidis parabolici recti ABC radius EB æqualis aut minor fuerit ſemi erecto EF parabolæ genitricis eius. Dico quod conoides non quieſcet innatando ſupra quodlibet fluidum eo grauius ſitu inclinato, baſe tota extante, vel depreſſa; ſed ſponte ad rectā poſiturā redibit.

Quia conoides ABC ſecatur a plano ſuperficiei fluidi RS, ab hoc ſecatur conoides obliquus extans vel demerſus SOR, cum baſis AC tota extans vel tota demerſa ſupponatur. Et per duos axes BD, & ON ducto plano hoc *a* efficiet duas parabolas ABC & ROS per quarum centra M, & E ducatur recta ME, & alia MX perpend.ris ad BE, & hæ intercipient EX, minorem quam ſit ſemi erectus EF (eo quod integer radius EB non ſit maior quam EF) *b* ergo recta ME efficiet angulum MZR, ſeu EZS acutum. Et quia MN eſt triens axis ON erit *c* M centrum grauitatis cononoidis ROS. Et ſimiliter E erit centrum grauitatis conoidis ABC;

a *conoid.* 5. b *huius* 3 c *equip* 17.

d æquip. 3. corl. quare recta ME producta *d* tranſit per centrum grauitatis reſidui ARS C, quod ſit Y: & efficit angulum MzR, ſeu EzS acutum. Ergo ſoli-
e hui. 8 dum ABC *e* flectetur ad partes anguli acuti, & talis flexio tandiù perſeuerabit quamdiu axis inclinatio perſeuerat, quæ ſolummodo in ſitu axis erecto ceſſat. Quare &c.

PROPOSITIO XXIII. *Tabula VIII. Fig. 6. 7.* Cuiuſlibet conoidis parabolici ABC, cuius ſemierectus E F minor ſit quam radius *EB*, ſi axis BD magis vel minus *inclinetur* quã exigit poſitura ſtabilitatis ad ſuperficiem conuenientis fluidi extante vel demerſa tota baſe AC. nonquieſcet conoides, ſed ſponte redibit ad eandẽ inclinatã poſiturã ſtabilitatis.

Reperiatur ſtabilitatis *a* poſitu-
a hui. 18. 19. 20. 21. ra inclinata in qua conoides ABC quieſcat innatando baſe tota extante vel depreſſa in conuenienti fluido; ſitque pars demerſa vel extans conoides obliquus ROS, cuius radius MO, & coniuncta ME centra connectens *b* perpendicularis erit ad ſuperficiem fluidi tranſeuntis per RS:
b hui. 8. & patet quod in tali poſitura ſtabilitatis axis DB exigit determinatum angulum DTR cum ſuperficie fluidi per RS: tranſeunte. Iam ſi axis DB erigatur vt perpendiculariter inſiſtat ſuper fluidi ſuperficiem, tunc

plane quieſcet conoides *c* dum in illa poſitura perſiſtit. *c huì.8.*

At ſi deuiat ab illa erecta poſitura; vt angulus DVG factus ab axe cum ſuperficie fluidi GL ſit acutus, ſed ſit maior quam DTR, tunc non redire ad erectam ſed ad inclinatam ſtabilitatis poſituram, ſic oſtendetur. poſt tranſlationem pars demerſa vel extans ſit conoides obliquus GHL cuius axis IH, & radius KH. Et quia recta Ry ex puncto R parallela GL cadit inter baſes AC, & RS, facile deducitur quod diameter IH cadit inter NO & DB. Poſtea quia idem *d* fluidum ad eundem conoidem innatantem eandem rationem habet quam ſolidum A B C ad eius partes demerſas; ergo partes demerſæ æquales interſe ſunt, & proinde in caſu baſis extantis duo conoides ROS & GHL demerſi æquales interſe erunt, & in caſu baſis demerſæ ijdem conoides extantes pariter interſe erunt æquales. ergo illius *e* axis NO æqualis eſt axi IH, proindeque eorum radij MO, KH æquales quoque erunt. poſtea à punctis O, H & K ducantur ad axim DB perpendiculares OP, HQ & KX; quia MO magis recedit ab axe DB quam diſtet IH. ergo ex conicis axis abſciſſa PB maior eſt quam QB, & eiſdem additis æqualibus FP, & XQ, quæ æquantur MO & *d huì.5.* *e conoid 12.*

M 2 KH

KH æqualibus in parallelogramis, erit ſumma BF maior quam BX; ideoque XE maior erit ſemierecto FE. quare coniuncta recta EK *f* efficiet angulum EzG acutum. & EK coniungit *g* centra grauitatum K partis demerſæ vel extantis & E totius conoidis. igitur *h* conoides ABC flectetur ad partes anguli acuti DVG.

f *hu.* 13.
g *æquep* 17.
h *hui.* 8

Secundo angulus DVG fiat minor, ſcilicet acutior quam DTR. oſtendetur vt prius quod conoidis GHL axis IH magis recedit ab axe DB quam NO; & axis abſciſſa BQ maior quam BP, & additis æqualibus radijs HK, OM, ſeu QX, PF fiet BX maior quam BF, & ideo XE minor erit quam FE ſemierecto axis BD. quare *i* recta KE coniungens centra grauitatum *l* K & E efficit angulum EzG obtuſum, igitur *m* flectetur conoides ABC ad partes anguli acuti EzL. Et hoc ſemper efficietur, quouſque fluidi ſuperficies GL reſtituatur ad planum per RS tranſeuntem vbi eſt poſitura inclinata ſtabilitatis. Quod erat &c.

i *hu.* 13
l *æquep* 17.
m *hu.* 8

Et actenus faciliori methodo expoſuimus ea omnia quæ in libro ſecundo inſidentium in fluido Archimedis extant, de poſitura Conoidum parabolicorum innatantium.

Poſt hæc ob argumenti ſimilitudinem aggemus de poſitura quam ſeruant

uant Coni innatantes. quæ exigunt nouas definitiones.

DEFINITIONES TERTIÆ.

Tab. VIII. Fig. 8. Si intra triangulum GAH per axim CA coni recti ductum à medio punctoC baſis HG, ad latera GA, HA ducantur perpendiculares CB, & CD. Voco inſcriptum quadrilaterum CBAD *Romboidalem*. *VIII.*

Et rectam lineam BD angulos rectos coniungentem voco *baſem Romboidis* & AC *axim* eius, atque AE axis *portionem vertici conterminalem*, & CE *baſi contiguam axis portionem*. *IX.*

PROPOSITIO XXIV. *Tabula VIII. Fig.* 9. In triangulo iſoſcele ABD ſi recta EF ſecans baſim BD in C effecerit duo laterum ſegmenta BE & DF æqualia. Dico quod EF ſecatur bifariam in C; & è conuerſo.

Ducatur EO parallela DE ſecans DB productam in O. Et quia triangulũEOB *a* eſt ſimile triangulo iſoſcelio, ob parallelas AD, EO. erit in iſoſcele EBO latus EO æquale EB, ſiue DF. poſtea in triangulis *b* ſimilibus EOC, FCD, cum homologa latera parallela EO, FD æqualia oſtenſa ſint. erunt reliqua homologa EC & CF æqualia interſe.

a *IV.7.*

b IV.4.

 E con-

E contra poſitis EC, CF æqualibus, in triangulis ſimilibus eiſdem latera homologa EO ſiuæ BE & DF æqualia erunt:

Corollarium Hinc percipitur quod ſi EB maior fuerit quam DF, erit quoque EC maior quam CF, ob eandem triangulorum ſimilitudinem, & è conuerſo.

PROPOSITIO XXV. *Tabula VIII. Fig.* 10. In cono ABC recto cuius axis BG, & obliquo DBF ab eadem ſuperficie compræhenſis, ſi planum per axim BG ductum perpendiculare quoque fuerit ad baſim coni obliqui, & efficiat duo triangula ABC, & DBF æqualia. Dico quod coni ipſi ſunt æquales: & è conuerſo.

Secta FD bifariam in H, & per H ducto plano MLN perpendiculare ad idem triangulum ABF, erunt *a* LH & EP communes ſectiones baſium perpendicularium ad planum ABF, perpendiculares quoque ad FD, AC & MN in eodem plano exiſtentes. Et quia triangula ABC, & DBF æqualia ſupponuntur, ablato communi trapetio DBCE, erunt triangula FEC & AED æqualia; & ideo circa angulos æquales ad verticem E *b* erunt latera reciproca FE ad ED vt AE ad EC, & componen-

a *VI. ex 8. & 2.*

b *IV. 14*

ponendo FD ad DE erit vt AC ad CE,& ſemiſſes antecedentiũ FH ad DE erit vt AG ad CE, & permutando vt FH ad AG ita erit FE ad AE & DE ad CE. quare *c* quadratum FH ad quadratum AG erit vt rectangulum FED ad rectangulum AEC, ſeu *d* vt rectangulum FHD vel quadratum FH ad rectangulum MHN, vel *e* ad ei æquale quadratum HL in ſemicirculo. igitur idem quadratum FH eandem rationem habet ad duo quadrata ex AG & ex HL, quæ proinde æqualia interſe erunt. Quia vero *f* ellipſis FLD ad circulum APC eſt vt rectangulum FHL ad quadratum AG ſeu vt *g* recta FH ad AG (ob altitudines æquales HL, AG) vel vt dupla FD ad duplam AC. ergo Ellipſis FLD ad circulum APC eſt vt recta FD ad rectam AC. Verum ob triangulorum FBD, & ABC æqualitatem *h* vt baſis FD ad baſim AC ita eſt reciprocè altitudo BG ad altitudinem BK, perpendiculariter ductam ad FD, & hæ perpendiculares ſunt quoque altitudines conorum. ergo vt obliqui coni baſis FPD ad recti coni baſim APC ita eſt reciprocè huius altitudo BG ad illius altitudinem BK. proindeque coni *i* BDF & BAC ſunt æquales interſe.

c IV.18

d *conic.* 9.

e IV.9. *et* 14. *cor.* 1.

f *conoid.* 3.

g IV.1.

h IV.14

i VI.32

Poſtea ſit conus rectus ABC æqualis obliquo cono BFLD, & per

axim BG ducto plano perpendiculari quoque ad baſim FLD. Dico triangulum FBD æquale eſſe triangulo ABC. Si hoc verum non eſt
l IV.21 fiat *l* triangulum MBN æquale FBD & ſimile ipſi ABC. Et compleatur conus rectus, BMLN, hic ex prima parte erit æqualis eidem cono BDLF. quare duo coni ABPC, & AMLN æquales ſunt interſe, pars & totum quod eſt impoſſibile, Quare &c.

PROPOSITIO XXVI. *Figura eadem* Iiſdem poſitis. Dico quod portio lateris FC maior eſt quam AD, & FE maior quam ED.

Coniungantur AF, DC & ducatur DO parallela AC. Quia triangula ABC, & FBD ſupponuntur æqualia, ablato communi triangulo CDB, erit triangulum ADC æquale triangulo FDC, & habent baſim
a IV. ex 1. DC communem: ergo *a* AF parallela eſt DC; & ideo *b* FC ad CB erit
b IV.2. vt AD ad DB; eſtque BC maior quam BD (cum latera AB, CB in iſoſcele ſint æqualia) igitur FC maior eſt quam AD, ſeu quam CO;
c eadē eſtque *c* FE ad ED vt FC ad CO. ergo etiam FE maior eſt quam ED. Quod &c.

PROPOSITIO XXVII. *Tab. VIII. Fig.* 11. Si in Cono recto, G

AH

AH linea EF obliquè ſecans baſim BD romboidalis abſcindit laterum portiones BE, DF æquales interſe. Dico quod CL perpendicularis a centro C ad EF ducta ſecat bifariam eandem EF in L.

Coniungantur rectæ CE, CF. Quia triangula CGB, CHD habent angulos G & H æquales ad baſim iſoſcelis GAH, & angulos a B & C rectos in romboidali, atque hypothenuſas GC, HC æquales ex centro circuli GH. ergo latera b CB, CD æqualia ſunt. Poſtea in triangulis CBE, CDF circa rectos angulos B, D latera CB, CD fuerunt æqualia, & latera BE, DF ex hypotheſi ſunt æqualia. ergo baſes CE, CF æquales erunt; & ideo triangulum ECF erit iſoſceles, in quo recta CL perpendiculariter ad baſim EF ducta ſecabit eandem EF bifariam in L, in quo puncto pariter ſecat baſim romboidalis.

a def. 8.
b I. 25.

PROPOSITIO XXVIII. *Tab. VIII. Fig.* 12. Iiſdem poſitis ſi obliqua EF vbicunq; ducta effecerit ſegmentum BE minus quam DF. Dico quod CL perpendicularis ad EF propior eſt minori ſegmento EB quam maiori DF.

Facta eadem conſtructione. Quia in triangulis CBE, & CDF: circa rectos angulos B & D duo latera a

a hu. 27.

CB, CD oſtenſa ſunt æqualia, & latus BE ſupponitur minus quam DF. ergo baſis CE minor eſt quam CF. Et ideo in triangulo CEF perpendicularis CL à vertice C minus diſtabit à minori latere CE quam à maiori CF, & proinde ſegmentum LE minus erit quam LF. Quod &c.

PROPOSITIO XXIX. *Tabula VIII. Fig.* 13. Conus rectus GAH in quo BD ſit baſis romboidalis CBAD, innatet ſupra fluidum cuius ſuperficies ſit EF tota baſe extante vel depreſſa, erecto triangulo GAH per axim ducto ſuper fluidi ſuperficiem EF, quæ efficiat ſegmenta BE & DF æqualia ſupra & infra baſim romboidalis BD. Dico quod conus in tali poſitura inclinata quieſcet.

A puncto interſectionis L ducantur rectæ LA, LC, & ſecentur CA, & LA in M, N vt ſint CM ipſius CA, LN alterius LA quarta pars; coniungaturque recta NMO. Quia BE æqualis eſt DF, ergo EF *a* ſecatur bifariam in L à baſi BD & a CL perpendiculari ad EF. patet CA eſſe axim & *b* M eſſe centrum grauitatis coni recti GAH, & LA eſſe axim, & N centrum grauitatis coni obliqui EAF; cumque AC ad CM ſit vt AL ad LN earum quadran-

a *hu.* 24 27.

b *æqui-pond.* 15

dran-

drantes *c* erit NM, parallela ipſi LC, erat autem CL perpendicularis ad EF & ideo ad fluidi ſuperficiem per EF tranſeuntem, & erectam ad planum trianguli GAH. Igitur recta MN coniungens centra grauitatū M & N totius coni GHA & partis EFA & ideo centrū reſidui O perpēdicularis eſt ad fluidi ſuperficiē per EF tranſeuntem. quare conus *d* GAH quieſcet in tali obliqua poſitura. Quod &c. c *IV*.2. d *hui*.8.

PROPOSITIO XXX. *Tab. VIII. Fig.* 14. 15. Iiſdem poſitis linea EF fluidæ ſuperficiei abſcindat vtrinque ſegmenta laterum à baſi romboidali inæqnalia BE minus quam DF. Dico conum AGH in tali poſitura inclinata non quieſcere, ſed flecti vt baſis GH approximetur termino E ſegmenti minoris BE.

Facta eadem conſtructione. Quia BE minor eſt quam DF. ergo *a* CL perpendicularis ad EF eam inæqualiter ſecat, vt LE minor ſit quam LF. quare ſecta EF bifariam in S, & coniunctis SA, SC, & ducta NMO abſcindente CM, SN quadrantes axium, in triangulo CLS rectangulo in L erit angulus CSL, ſeu MTE *b* acutus ob æquidiſtantiam MN, & CS. quare recta ON coniungens centra grauitatū partium extantis & demerſæ inclinata eſt ad fluidi ſuper- a *hu*.28 b I. 15.

ficiem per EF ductam. & proinde
a hui.8 a conus flectetur ad partes acuti anguli. Quare &c.

PROPOSITIO XXXI. *Tabula VIII. Fig.* 16. 17. In cono recto GAH ſi axis AO portionis coni recti AFE extantis, vel demerſæ in fluido FE in erecta poſitura, minor fuerit abſciſſo axe romboidali AN, & horum differentia ON æqualis aut maior ſit quam reſiduum NC. Dico quod conus in tali fluido non habebit poſituram ſtabilitatis inclinatam.

Inclinetur conus AGH in eodem fluido, vt eius ſuperficies acquirat poſitionem IL obliquam ad axim AC, baſe tamen extante vel depreſ-
a hu.5. ſa, & quia idem *a* fluidum ad ſolidum in grauitate ſpecifica eſt vt totus conus ad partes demerſas. ergo coni EAF & IAL æquales ſunt, pa-
b hu.25 riterque triangula *b* EAF, & IAL ſunt æqualia, & punctum L cadit inter EF & A, verum I cadit inter FE & GH. ergo quando punctum I cadit inter B & E neceſſario diſtantia BI minor erit quam DL. & quando I cadit inter B & G, quia ON æqualis aut maior ponitur quam NC erit quoque EB non minor quam BG (ob parallelas EF, BD, GH) & ideo diſtantia IB à baſi romboidalis minor erit quam BE, ſeu DF, &

ad-

ad huc minor quam DL. igitur *c* conus in tali poſitura inclinata non cõſiſtet, ſed baſis flectetur. quare &c. c *Uni.* 30.

LEMMA *Tab.VIII.Fig.*18. Si intra tri-lum Iſoſcelium GAH ductæ fuerint duæ rectæ BD, EF par-læ baſi GH, ſitque quadratum GE maius rec-gulo AG in PE dupla ipſius BE. Duci poterit obliqua linea IK efficiens tri-lum IAK æquale tri-lo EAF, ita vt ſegmentum lateris IB æquale ſit DK.

Quia quadratum GE ponitur maius rec-lo AG in PE, & è contra quadratũ ex P E minus eſt rec-gulo AP in eadẽ PE. ergo inter excedens latus quadrati GE & latus deficiens PE reperietur aliquod IE cuius quadratum æquale ſit rec-lo ex IA in PE, & proinde *a* tres AI, IE, EP pro-les erunt. Poſtea vt IA ad AE, ita *b* fiat AE ſeu ei æqualis AF ad AK. ergo *c* tri-lum IAK ab extremis contentum æquale eſt tri-lo iſoſcelio EAF ſub intermedijs compræhenſum. Inſuper diuidendo IE ad EA erit vt FK ad KA, & permutando IE ad FK erit vt EA ſeu FA ad AK; ſeu vt IA ad AE & per conuerſionem rationis vt IE, ad IE minus FK ita erit IA ad IE; & vt IA ad IE, ita prius oſtenſa fuit IE ad EP. ergo IE minus FK æqualis eſt EP; proindeque IP æ-

a IV.14 cor.2.

b IV.11

c IV.14 Cor. 2.

qua-

qualis eſt FK ; & ſunt PB & FD æquales eidem BE, ob par-las BD, EF, ideoque interſe. Igitur tota IB æqualis eſt totæ KD. quod &c.

PROPOSITIO XXXII. *Tab. VIII. Fig.* 19. 20. Ijſdem poſitis ſi eorundem axium differentia NO minor fuerit reſiduo axis NC, & quadratum CO maior fuerit rec-lo ſub CA & dupla NO. Dico quod in eodem fluido EF conus habebit obliquam poſituram ſtabilitatis baſe extante vel tota demerſa à qua ſi remoueatur ſponte redibit ad eam.

Quia in tri-lo GAH rectæ GH, BD, EF ſunt par-læ interſe. ergo
a IV. 2. *a* latera & axis ſecantur ab eis propliter, & propterea vt quadratum CO ad rec-gulum ex CA in duplum NO minus illo, ita quadratum GE erit ad rec-lum AG in duplum BE, quod pariter minus erit qua-to
b lemma præced. GE. quare *b* duci poterit linea obliqua IK efficiens tri-lum IAK æquale tri-lo EAF, vt ſegmenta IB & DK æqualia ſint interſe. & quia rectus conus GAH ſupponitur attingere in erecta poſitura fluidi ſuperficiem in circulo EF erecto ad tri-lum GAH, & in obliqua poſitura conus demerſus vel extans IAK cuius baſis IK planum per-lare eſt ad idem triangulum GAH, ſemper æqualis
c hui. 5 eſt cono recto EAF (*c* cum conus

GAH

GAH ad idem fluidum in grauitate ſpecifica, ſit vt pars demerſa ad totum ſolidum) igitur *d* tri-la IkF & EAF æqualia ſunt: & quia IK efficit ſegmenta IB & DK æqualia interſe ſupra & infra baſim romboidalem BD. *e* ergo conus GAH in tali poſitura inclinata innatando quieſcet baſe tota extante vel depreſſa. Si poſtea conus flectatur ad latera G vel H. minuetur diſtantia IB vel magis augebitur quam DK. & ideo *f* conus non quieſcet, ſed redibit ad eandem inclinatam ſtabilitatis poſituram. quod &c;

d *hui.* 25.

e *hui.* 29.

f *hui.* 30

LEMMA III. *T. VIII. Fig.* 21. Si infra baſim BD romboidalis CBAD habentis angulum BAD ad verticem trianguli Iſoſcelis rectum, vel obtuſum, ducatur recta EF ei par-la. Dico quod duci poterit recta aliqua vt IL abſcindens triangulum ſcalenum IAL æquale abſciſſo EAF, vt ſegmenta IB & DL ſint æqualia.

Quia exiſtentibus angulis B, D & GAH rectis, erit romboidale C BAD *a* quadratum, ob iſoſcelem BAD; & ideò axis *b* CA bifariam ſecatur à BD baſi romboidalis; pariterque GA bifariam ſecatur in B ob par-las GH, BD: at exiſtente angulo BAD obtuſo, cum anguli romboidalis B & D ſint recti, erit angulis BCD acutus; hic vero atque

a I. *ex* 34.

b I *ex* 26. & IV. 2.

BAD

BAD obtuſus inſiſtunt ſuper communem baſim BD. ergo trianguli BCD altitudo CN maior eſt quam
c IV. 2. NA; & ideo *c* GB maior erit quam BA.

d IV. ex 14. Poſtea ex G ducatur GK *d* abſcindens triangulum GAK æquale triangulo EAF. erit DK minor DA ſeu BA; & oſtenſa eſt GB non minor BA. ergo ſegmentum GB ſupra baſim romboidalis maius eſt ſegmento infimo DK. ſimiliter facto triangulo BAM æquale triangulo EAF ſegmentum ſupremum erit punctum B indiuiſibile & infimum erit linea DM. quare in loco intermedio vt in I duci poterit triangulum IAL æquale triangulo EAF. ita vt ſegmenta IB & DL ſupra & infra baſim romboidalis ſint æqualia interſe quod &c.

PROPOS. XXXIII. *Tab. VIII. fig. eadem.* Si coni recti angulus verticis GAH non minor recto fuerit, in fluido in quo axis OA partis coni EAF demerſi vel extantis in erecta poſitura minor fuerit axe NA abſciſſo romboidalis. Dico quod conus GAH habet obliquam poſituram ſtabilitatis baſe tota extante vel depreſſa.

In triangulo per axim GAH ductum *a* ſit triangulum IAL obliquum
a *Lem. præc.* æquale triangulo EAF, vt ſegmenta

IB,

IB, & DL ſint æqualia ; & inclinato cono, vt ſuperficies fluidi attingat ellipſim IL per-larem ad planum GAH. patet *b* ex ſuperius dictis quod conus quieſcet in tali ſitu inclinato. ad quod ſponte redibit ſi ab eo remoueatur. b *huius.29*

PROPOSITIO XXXIV. *Tab. VIII. Fig.* 22. 23. In cono natante GAH ſi AO axis coni recti demerſi vel extantis in erecta poſitura non minor fuerit quam AN axis abſciſſus romboidalis. Dico quod conus non habebit obliquam poſituram ſtabilitatis in tali fluido baſi tota extante vel depreſſa, ſed ſolummodo in erecta poſitura quieſcet.

In triangulo per axim GAH ducatur obliquum triangulum IAL æquale triangulo EAF. erit ſemper *a* ſegmentum IE maius quam FL, & maiori IE addita intercepta EB, verum ex minori FL ablata portione FD æquali eidem EB, quando non coincidunt EF & BD. igitur in vtroque caſu IB maius eſt quam LD. igitur *b* conus flectetur verſus minus ſegmentum DL. & quia talis inæqualitas ſegmentorum IB & DL nunquam ceſſat in quacumque poſitura obliqua coni IAL baſe tota extante, vel demerſa. Ergo nuſquam poſituram obliquam IAL ſtabilitatis habebit conus GAH in tali a) *huius.* 26. b *huius.* 30

tali fluido, ſed *c* tantummodo quieſcet in erecta poſitura. Quod &c.

c *hui.* 8

PROPOSIT. XXXV. *Tab. VIII. fig.* 24. Si conus GAH baſe tota extante habuerit inclinatam poſituram ſtabilitatis innatando ſuper fluidum cuius ſuperficies IL. Dico quod fluidum ad ſolidum in grauitate ſpecifica eſt in maiori ratione quam cubus axis CA ad cubum axis abſciſſi romboidalis NA.

Quia vt conus GAH habere poſſit obliquam poſituram ſtabilitatis baſe extante, oportet vt pars conica EAF demerſa in erecta poſitura minor ſit cono abſciſſo romboidali BAD *a* vt dictum eſt; & pars conica demerſa IAL in ſitu inclinato *b* æqualis eſt parti conicæ demerſæ in ſitu erecto EAF. ergo conus GAH ad conum IAL maiorem rationem habetquam ad conum abſciſſum romboidalem BAD: ſed conus *c* GAH ad ſibi ſimilem conum BAD eſt vt cubus axis AC ad cubum axis AN. igitur conus GAH ad conum IAL, ſcilicet ad eius partem demerſam, nempe *d* grauitas fluidi ad ſolidi grauitatem in ſpecie, habet maiorem proportionem quam cubus axis CA ad cubum axis NA. Quod &c.

a *hui.* 32. 33.
b *hui.* ex 5.
VI. 37
d *hui.* 5

PRO-

PROPOSITIO XXXVI. *Tab. VIII. Fig.* 25. Iiſdem poſitis baſe coni demerſa. Dico quod fluidum ad ſolidum in grauitate ſpecifica eſt in minori proportione quam cubus axis CA ad exceſſum eiuſdem cubi ſupra cubum axis abſciſſi romboidalis NA.

Quia vt conus GAH baſe demerſa habeat inclinatam ſtabilitis poſituram neceſſe eſt vt *a* pars extans in erecta poſitura EAF minor ſit cono abſciſſo romboidali BAD. quare vt mox dictum eſt conus GAH ad conum IAL maiorem rationem habebit quam cubus axis CA ad cubum axis NA; & diuidendo conus GAH ad fruſtum IGHL, ſeu *b* vt fluidum ad ſolidum in grauitate ſpecifica minorem rationem habebit quam cubus axis CA ad exceſſum cubi CA ſupra cubum abſciſſi axis romboidalis NA. Quod erat &c.

a *huius* 32 33.

b *huius* 5

Libellum de arenæ numero non appoſui quia facilis eſt, & ab alijs exacte explanatum fuit. Librum aſſumptorum ex arabico tranſlatum nolui denuo excudere cum in meis commentarijs in poſtremos tres libros conicorum Apollonij eum ediderim.

F I N I S.

ERRATA SIC CORRIGE

Pagina , Linea
9. 6 linea CF
21. AB ad diametrũ in
10. 25. & ſi recta AB con-
iungit
14. 3. quotcumque
16. 32. BCF
21. 10. æqualis
22. 4. *Apol. I. 5.*
23. 14. *et IV.* 14. *cor.* 2.
23. 29. triangulo
24. 6. II. ex 2.
9. IV ex 22.
26. APSQ
25. 7. AOP ducitur à
33. NQ
27. 19. ſi
32. 34. coniungaturque
33. 22. & ipſi
40. 30 *& hui.* 22.
41. 29. diametro NK
44. 4. AEN
48. 34. parabolis b a
49. 13. Apol. III. 37.
50. 7. parallela
31. Apoll. III. 37.
53. 6. FG
55. 31. diametrum a b
56. 5. BX ad
58. 13. *Fig.* 36. 37. 38.
59. 30. erit MH (ex hui. 27)
35. AB erit GM
77. 19. æquale ſit quadranti
88. 26. Apol. III. 47.
28. HC
31. contactum
90. 33. G & CBO
91. 16. EX , EO
92. 34. DFE in
93. 21. centro F
94. 15. *Fig.* 37
29. OBC
98. 27. genitæ in

99. 16. ad R
102. 5. elementari
105. 17. & $\frac{1}{8}$ proxime
19. PAC
20. PA , CA
30. QA , CA
110 31. in d
114. 30. ad c f x
121. 11. ad ſibi ſimile
123. 13 ASH
130. 8. *hui.* 8. *ex cor.*
131. 9. BKALC
131. 15 patet ex 8. huius
133. 24 MN
27. MOPN
148. 22. AHBCE
150. 7. AGD
151. 1. parallelis
152. 7 AFGR
154. 17. & æquè remotæ à
baſibus
156. 2. Spirale
161. 13. ACDH
166. 15. BG , EH
168. 2. eſt vt
19. EG in
169. 18. axim BD
171. 29. ad planũ ABC, quæ
173. 2. quadratum GE
175. 5. par-la baſi & interſe
184. 11. ERA , ſeu CF ad SL
187. 8. ellipſes
19. ONQ ſunt
188. 6. ABC & ſphæra ONQ
192. 22. coaptatæ
202. 19. NHI eſt
20. vt NH ad HI
203. 7. BC
208. 10. polygoni BCDG
209. 30. KMO
216. 18. ad OD
217 19. *hui.* 12. *cor.*

218.

1008095